MECCANICA QUANTISTICA

10 Gennaio 2019

PROBLEMA 1

Si consideri l'Hamiltoniana data da

$$H = E_0|1\rangle\langle 1| + \sqrt{2}E_0|1\rangle\langle 2| + \sqrt{2}E_0|2\rangle\langle 1|\,,$$

dove $E_0 > 0$ è una scala di energia. Il sistema si trova inizialmente nello stato $|1\rangle$. Si determini:

1. Lo spettro degli autovalori e i corrispondenti autovettori dell'Hamiltoniana.
2. Lo stato del sistema al tempo $t > 0$.
3. La probabilità che al tempo t il sistema si trovi ancora nello stato iniziale.
4. Il valor medio dell'energia al tempo t.

PROBLEMA 2

Si consideri una particella di massa m immersa in una buca infinita di potenziale bidimensionale di lato a. Al tempo $t = 0$ la funzione d'onda del sistema è data da

$$\psi(x,y) = N \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right)\left[1 + 2\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\right]\,,$$

con N opportuna costante di normalizzazione. Calcolare al tempo $t > 0$:

1. Il valor medio dell'energia
2. I possibili valori di una misura di p_x^2, p_y^2 e le relative probabilità.

PROBLEMA 3

Un oscillatore armonico unidimensionale è descritto dall'Hamiltoniana

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\,.$$

Si considerino le seguenti perturbazioni del sistema:

1. Viene aggiunto ad H_0 il termine εx^3. Si calcolino le correzioni allo spettro dell'energia al I ordine in ε.
2. Si consideri ora il sistema imperturbato ($\varepsilon = 0$) e si assuma che l'oscillatore armonico si trovi nello stato di vuoto. Al tempo $t = 0$ viene improvvisamente accesa una perturbazione della forma $-Fx$. Calcolare la probabilità che al tempo $t > 0$ il sistema si trovi nello stato di vuoto dell'oscillatore originale al I ordine in F (usando la teoria perturbativa) e poi in modo esatto, e confrontare i risultati.