

MECCANICA QUANTISTICA
31 Gennaio 2019

PROBLEMA 1

Si consideri un sistema descritto dall'Hamiltoniana

$$H_0 = \begin{pmatrix} 0 & E_0 \\ E_0 & 0 \end{pmatrix},$$

dove E_0 è una scala positiva di energia. Il sistema è soggetto alla perturbazione

$$V = \varepsilon \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare:

1. Gli autovalori del sistema fino al II ordine in ε usando la teoria perturbativa.
2. Gli autovalori esatti e confrontare con il risultato precedente.
3. Gli autovettori del sistema al I ordine in ε usando la teoria perturbativa.
4. Gli autovettori esatti e confrontare con il risultato precedente.

PROBLEMA 2

Una particella è soggetta a un potenziale centrale e la sua funzione d'onda è descritta dall'espressione

$$\psi(x, y, z) = Ax(y+z)e^{-\alpha(x^2+y^2+z^2)},$$

con A costante di normalizzazione e $\alpha > 0$. Si calcolino:

1. La probabilità di misurare un valore nullo per il quadrato del momento angolare.
2. La probabilità di misurare momento angolare lungo l'asse z pari a $0, \pm\hbar, \pm 2\hbar$.

Suggerimento: si esprima la funzione d'onda in coordinate sferiche.

PROBLEMA 3

Una particella di spin $1/2$ si trova in uno stato tale che

$$\langle S_x \rangle = \alpha \frac{\hbar}{2}, \quad \langle S_y \rangle = \beta \frac{\hbar}{2},$$

con $-1 \leq \alpha, \beta \leq 1$ e $\alpha^2 + \beta^2 = 1$.

1. Si calcoli la probabilità che la particella abbia spin orientato in modo parallelo o anti-parallelo all'asse z .
2. Al sistema viene aggiunta ora un'altra particella di spin $3/2$ che si trova in un autostato descritto dal numero quantico magnetico $m = 3/2$. Determinare la probabilità che lo stato finale abbia spin totale 1.

[Nota: in caso **non** si sia risolto il primo punto del problema, si risolva il secondo punto considerando per la particella di spin $1/2$ un generico stato $|\psi\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, dove $|\pm\rangle$ sono gli autostati dell'operatore di spin diretto lungo l'asse z e $a, b \in \mathbb{C}$. Si esprima il risultato in funzione di tali parametri.]