MECCANICA QUANTISTICA
30 Maggio 2019

PROBLEMA 1

Si consideri un sistema descritto dall'Hamiltoniana

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} ,$$

dove E_1, E_2 sono delle scale strettamente positive di energia con $E_1 > E_2$. Il sistema è soggetto alla perturbazione

$$V = \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Determinare:

1. Gli autovalori e gli autovettori esatti di $H = H_0 + V$.
2. Gli autovalori del sistema fino al II ordine in ε usando la teoria perturbativa e confrontare con il risultato esatto.
3. Gli autovettori del sistema fino al I ordine in ε usando la teoria perturbativa e confrontare con il risultato esatto.
4. Si assuma ora $E_1 = E_2$ e si calcolino gli autovalori del sistema fino al I ordine in ε usando la teoria perturbativa degenere. Si confronti con il risultato esatto in tale caso.

Al tempo $t = 0$ il sistema soggetto all'Hamiltoniana $H = H_0 + V$ si trova nello stato

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Determinare:

5. La probabilità esatta che al tempo $t > 0$ il sistema si trovi nello stato

$$|\phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

6. La stessa probabilità del punto 5 usando la teoria perturbativa dipendente dal tempo al I ordine. Confrontare con il risultato esatto.

PROBLEMA 2

Una particella è soggetta a un potenziale centrale e la sua funzione d'onda è descritta dall'espressione

$$\psi(x, y, z) = (x + y + 3z)\, F(r) ,$$

essendo $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Si calcolino:

1. I possibili valori di una misura del momento angolare totale e della sua componente z.
2. Le probabilità di tutte le possibili misure indicate al punto 1.