

**MECCANICA QUANTISTICA**  
**5 Settembre 2022**

**PROBLEMA 1**

Al tempo  $t = 0$ , una particella di massa  $m$  in una buca infinita di potenziale in  $x \in [0, L]$  è in uno stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, 0) = N \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cos^2\left(\frac{\pi x}{L}\right),$$

con  $N$  una costante di normalizzazione. Calcolare al tempo  $t > 0$ :

- a) Le possibili misure dell'energia e le rispettive probabilità.
- b) Il valore medio dell'operatore  $\hat{p}^2$ .
- c) La probabilità che la particella si trovi in  $x \in [L/2, L]$ .

**PROBLEMA 2**

Sia  $\vec{n}$  il versore nel piano  $y = 0$  che forma un angolo  $\theta = \pi/3$  con l'asse  $z$ .

Una particella di spin  $1/2$  è in uno stato tale per cui una misura dello spin lungo la direzione  $\vec{n}$  fornisce il valore  $+\hbar/2$ .

- a) Calcolare l'indeterminazione  $\Delta S_x$  su una misura dello spin lungo  $x$ .
- b) Al tempo  $t = 0$  si accende un campo magnetico uniforme  $\vec{B} = (0, 0, B)$  diretto lungo  $z$ . Calcolare la probabilità che una misura dello spin lungo  $x$  al tempo  $t > 0$  fornisca il valore  $-\hbar/2$ .

**PROBLEMA 3**

Un sistema a due livelli è descritto dall'Hamiltoniana

$$H = \begin{pmatrix} 2E & \sqrt{5}E - i\varepsilon \\ \sqrt{5}E + i\varepsilon & -2E \end{pmatrix},$$

con  $\varepsilon \ll E$ . Determinare:

- a) Autovalori e autostati esatti del sistema.
- b) Autovalori al secondo ordine e autostati al primo ordine in  $\varepsilon$  applicando la teoria perturbativa indipendente dal tempo.