

MECCANICA QUANTISTICA
16 Gennaio 2020

PROBLEMA 1

Una particella di massa m è confinata nella regione $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq z \leq L\}$. Al tempo $t = 0$, lo stato di tale particella è descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, y, z) = N \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi z}{L}\right),$$

con N costante di normalizzazione. Determinare:

1. I possibili valori di una misura dell'energia del sistema in tale stato e le rispettive probabilità.
2. I valori medi dell'energia e dell'operatore p_z^2 al tempo $t > 0$.
3. Al tempo $t = 0$, lasciando invariata la funzione d'onda $\psi(x, y, z)$, la regione di confinamento viene improvvisamente portata a $\tilde{V} = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq 2L, 0 \leq z \leq L\}$. Determinare la probabilità che al tempo $t = 0$ la particella si trovi nel primo stato eccitato del nuovo sistema.

PROBLEMA 2

Si consideri l'Hamiltoniana

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \varepsilon \left(x + \frac{p}{m\omega}\right).$$

1. Determinare gli autovalori esatti dell'energia di tale sistema.
2. Calcolare gli autovalori dell'energia al II ordine perturbativo in ε . Cosa si può dedurre riguardo alle correzioni agli ordini superiori? Giustificare la risposta.
3. Calcolare gli autostati dell'energia al I ordine perturbativo in ε .
4. Confrontare il risultato ottenuto nel punto 3 per lo stato fondamentale con quello esatto.

PROBLEMA 3

Una particella di spin $s_1 = 1$ forma uno stato legato con una particella di spin $s_2 = 3/2$.

1. Una misura della componente dello spin s_z fornisce il valore \hbar per la prima particella e $-\hbar/2$ per la seconda particella. Determinare i possibili valori di una misura dello spin totale S^2 e le rispettive probabilità.
2. Una misura dello spin totale S^2 fornisce il valore $15\hbar^2/4$ e una misura della sua componente S_z fornisce il valore $-3\hbar/2$. Determinare i possibili valori di una misura della componente s_{2z} dello spin della seconda particella e le rispettive probabilità.

Si aggiunga al sistema una terza particella di spin $s_3 = 1/2$.

3. Determinare i possibili valori dello spin totale S_{tot} del nuovo sistema.
4. Si scrivano gli stati di spin totale massimo con componente lungo z strettamente positiva come stati prodotto degli stati di spin delle singole particelle.