MECCANICA QUANTISTICA
2 Settembre 2021

PROBLEMA 1

Un sistema a due livelli è descritto dall'Hamiltoniana

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} = \begin{pmatrix} E & \sqrt{3}\,E \\ \sqrt{3}\,E & -E \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i\,\varepsilon \\ i\,\varepsilon & 0 \end{pmatrix} ,$$

con $E > 0$. Determinare:

1. Gli autovalori del sistema al II ordine e gli autostati al I ordine perturbativo in ε.
2. Gli autovalori esatti e confrontare con il risultato perturbativo.

Al tempo $t = 0$, il sistema descritto dall'Hamiltoniana $\hat{H}_0$ si trova nel suo autostato con autovalore minimo. Supponendo che in tale istante di tempo venga accesa la perturbazione $\hat{V}$, determinare la probabilità che al tempo $t > 0$ il sistema si trovi nell'autostato di $\hat{H}_0$ con autovalore massimo al I ordine perturbativo in ε.

PROBLEMA 2

Una particella di massa m è immersa nella buca infinita di potenziale unidimensionale

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 < x < L \\ \infty & \text{altrove} \end{cases} .$$

Al tempo $t = 0$, il sistema si trova nello stato

$$\psi(x, 0) = C \sin\frac{\pi x}{L} \left(2\cos\frac{\pi x}{L} + \cos\frac{2\pi x}{L} \right) .$$

Determinare:

1. I possibili valori di una misura dell'energia al tempo $t = 0$ e le rispettive probabilità.
2. Lo stato del sistema al tempo $t > 0$.
3. Il valore medio dell'operatore $\hat{p}^2$ al tempo $t \geq 0$.

PROBLEMA 3

L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova nello stato $|n, l, m_l\rangle = |3, 2, -2\rangle$.

1. Supponendo che una misura della componente S_z dello spin fornisca il valore $\hbar/2$, determinare i possibili valori di una misura del momento angolare totale e le rispettive probabilità.
2. Si trascuri ora lo spin dell'elettrone e si supponga che l'atomo di idrogeno sia immerso in un campo magnetico esterno $\vec{B} = (0\,, 0\,, B)$. Considerando l'energia di interazione $V = -\gamma \vec{B} \cdot \vec{L}$, quale è l'energia dell'elettrone?