

MECCANICA QUANTISTICA
20 Febbraio 2020

PROBLEMA 1

Una particella di spin 1 è descritta dalla seguente Hamiltoniana

$$H = \frac{\mu}{\hbar} (S_x^2 + S_y^2 + (1 - \varepsilon) S_z^2) ,$$

con $\varepsilon \ll 1$. Al tempo $t = 0$, una misura della componente x dello spin fornisce il valore $-\hbar$.

1. Calcolare in modo esatto la probabilità che al tempo $t > 0$ una misura della componente x dello spin fornisca il valore $+\hbar$.
2. Determinare la stessa probabilità del punto precedente utilizzando la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo al I ordine perturbativo e confrontare tale risultato con quello esatto.

PROBLEMA 2

Una particella di massa m oscilla lungo una direzione con frequenza ω . Al tempo $t = 0$, lo stato di tale sistema soddisfa le seguenti condizioni:

- una misura dell'energia fornisce certamente un valore minore di $5\hbar\omega$;
- il valore medio dell'energia è pari a $\frac{13}{6}\hbar\omega$;
- l'indeterminazione dell'operatore momento Δp assume il massimo valore possibile;
- la funzione d'onda corrispondente è dispari: $\psi(-x) = -\psi(x)$.

Date le precedenti condizioni:

1. Determinare il ket di stato al tempo $t = 0$.
2. Esistono tempi $t > 0$ in cui il sistema torna nello stato iniziale? In caso affermativo, determinare tali istanti di tempo.
3. Verificare il principio di indeterminazione di Heisenberg per gli operatori posizione e momento al tempo $t \geq 0$.

PROBLEMA 3

Lo stato di una particella è descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, y, z) = N f\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) \left[(x + y)^2 - 2z^2\right] ,$$

con N costante di normalizzazione.

1. La funzione d'onda $\psi(x, y, z)$ è autostato dell'operatore momento angolare L^2 ? Determinare i possibili valori di una misura del momento angolare L^2 e le relative probabilità.
2. La funzione d'onda $\psi(x, y, z)$ è autostato dell'operatore L_z ? Determinare i possibili valori di una misura della componente L_z del momento angolare e le relative probabilità.