

MECCANICA QUANTISTICA
22 Settembre 2022

PROBLEMA 1

Un sistema a 2 livelli è descritto dall'Hamiltoniana $\hat{H}_0 = E_0 (|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|)$. Al tempo $t = 0$ viene accesa la perturbazione $\hat{V} = \varepsilon (|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|)$, con $\varepsilon \ll E_0$. Supponendo che al tempo $t = 0$ il sistema sia nello stato $|\psi(0)\rangle = |1\rangle$, determinare:

1. La probabilità esatta che al tempo $t > 0$ il sistema passi allo stato $|2\rangle$.
2. La stessa probabilità del punto precedente al I ordine in ε applicando la teoria perturbativa dipendente dal tempo.

PROBLEMA 2

Al tempo $t = 0$, un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e frequenza ω è in uno stato tale che:

- Una misura dell'energia fornisce sicuramente un valore $E < 3\hbar\omega$;
- La funzione d'onda è pari: $\psi(x) = \psi(-x)$;
- Il valore medio dell'energia è $2\hbar\omega$.

Scrivere il ket di stato più generale che soddisfa tali condizioni. Verificare poi il principio di indeterminazione di Heisenberg $\Delta x^2 \Delta p^2 \geq \hbar^2/4$ al tempo $t \geq 0$.

PROBLEMA 3

Una particella in un potenziale centrale si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x, y, z) = x(y + 2z) f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}).$$

1. Determinare i possibili valori e le rispettive probabilità di una misura del momento angolare orbitale \hat{L}^2 e della componente \hat{L}_z .
2. Supponendo che la particella abbia spin $s = 1/2$ e che una misura della componente \hat{S}_z dello spin dia $+\hbar/2$, calcolare la probabilità che una misura della componente \hat{J}_z del momento angolare totale valga $-3\hbar/2$.