MECCANICA QUANTISTICA
23 Giugno 2022

PROBLEMA 1

Una particella di massa m è confinata nella buca infinita di potenziale bidimensionale

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 < x < L\,, 0 < y < L \\ \infty & \text{altrove}\,. \end{cases}$$

Supponendo che al sistema venga aggiunta la perturbazione

$$\tilde{V}(x,y) = \begin{cases} \varepsilon & \text{per } 0 < x < L/2\,, 0 < y < L/2 \\ 0 & \text{altrove}\,, \end{cases}$$

determinare l'energia dello stato fondamentale e del primo stato eccitato al primo ordine perturbativo in ε, applicando la teoria perturbativa indipendente dal tempo.

PROBLEMA 2

Un oscillatore armonico unidimensionale di massa m e pulsazione ω è in uno stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(x) = N\,(1 + 2a\,x)\,e^{-\frac{a^2x^2}{2}}\,,$$

con $a = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$ e N una costante di normalizzazione.

a) Determinare i possibili valori di una misura dell'energia del sistema in tale stato e le rispettive probabilità.

b) Verificare il principio di indeterminazione di Heisenberg $(\Delta x)^2(\Delta p)^2 \geq \hbar^2/4$ su tale stato.

PROBLEMA 3

Una particella di spin 1/2 si trova al tempo $t = 0$ in uno stato in cui la probabilità di misurare il valore $\hbar/2$ per la componente $\hat{S}_z$ dello spin è maggiore della probabilità di misurarne il valore $-\hbar/2$. Inoltre, su tale stato si ha

$$\langle \hat{S}_x \rangle_0 = \frac{\sqrt{3}\,\hbar}{8}\,, \qquad \langle \hat{S}_y \rangle_0 = \frac{3\,\hbar}{8}\,.$$

a) Determinare lo stato del sistema al tempo $t = 0$.

b) Al tempo $t = 0$ viene acceso un campo magnetico uniforme diretto lungo x: $\vec{B} = (B, 0, 0)$. Trascurando i gradi di libertà traslazionali, si consideri come Hamiltoniana del sistema $\hat{H} = -g\,\hat{\vec{S}}\cdot\vec{B}$. Determinare la probabilità che una misura della componente $\hat{S}_z$ dello spin fornisca il valore $\hbar/2$ al tempo $t > 0$.