

MECCANICA QUANTISTICA
24 Febbraio 2022

PROBLEMA 1

Un sistema a due livelli è descritto dall'Hamiltoniana

$$\hat{H} = E |1\rangle\langle 1| + E |2\rangle\langle 2| - i\varepsilon |1\rangle\langle 2| + i\varepsilon |2\rangle\langle 1|$$

con $E > 0$ e $\varepsilon \ll E$. Al tempo $t = 0$, il sistema si trova nello stato $|1\rangle$. Determinare:

1. La probabilità esatta che al tempo $t > 0$ il sistema si trovi di nuovo nello stato $|1\rangle$.
2. La stessa probabilità del punto precedente al primo ordine non nullo in ε applicando la teoria perturbativa dipendente dal tempo. Confrontare poi con il risultato esatto.

PROBLEMA 2

Una particella di massa m è confinata in una buca infinita di potenziale unidimensionale in $x \in [0, L]$. Al tempo $t = 0$, la funzione d'onda di tale sistema è

$$\psi(x) = N \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right),$$

con N costante di normalizzazione. Determinare al tempo $t > 0$:

- a) Il valore medio dell'energia.
- b) L'incertezza Δp su una misura del momento.
- c) La probabilità che la particella si trovi in $x \in [0, L/2]$.

PROBLEMA 3

L'elettrone di un atomo d'idrogeno si trova in una combinazione lineare $|\psi\rangle$ di stati p con $n = 2$ tale che:

- Una misura della componente \hat{L}_z del momento angolare orbitale fornisce solo i valori $+\hbar$ con probabilità P_1 e 0 con probabilità P_2 , dove $P_2 = 2P_1$;
 - Il valore medio della componente \hat{L}_x del momento angolare orbitale è pari a $\langle \psi | \hat{L}_x | \psi \rangle = \hbar/3$.
- a) Determinare lo stato $|\psi\rangle$ del sistema, trascurando la parte relativa allo spin.
 - b) Si supponga ora che una misura della componente \hat{S}_z dello spin dia $+\hbar/2$. Calcolare la probabilità che l'elettrone abbia momento angolare totale $J = 1/2$.