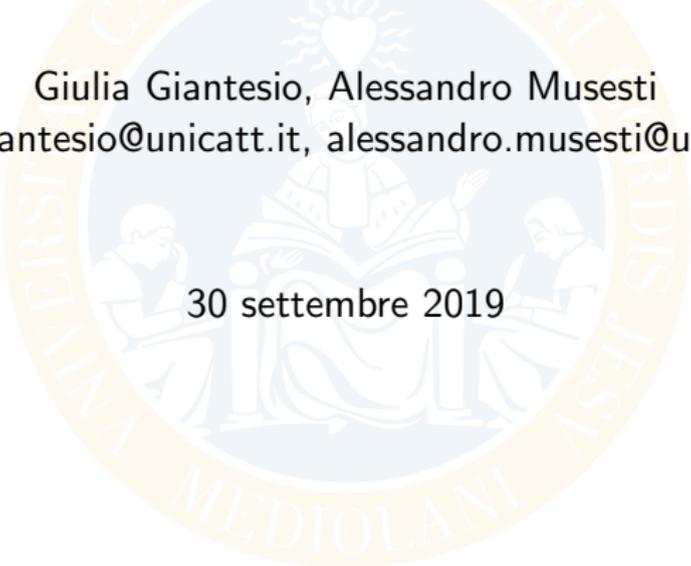


# Biofluidodinamica

Giulia Giantesio, Alessandro Musesti

[giulia.giantesio@unicatt.it](mailto:giulia.giantesio@unicatt.it), [alessandro.musesti@unicatt.it](mailto:alessandro.musesti@unicatt.it)

30 settembre 2019



# Contenuti del corso

- ▶ Fisiologia e reologia del flusso sanguigno
- ▶ Elementi di meccanica dei continui
- ▶ Fluidi perfetti e newtoniani
- ▶ Fluidi newtoniani generalizzati
- ▶ Modelli emodinamici (di Carreau, di Casson, ...)
- ▶ Interazione fluido-struttura
- ▶ Mezzi porosi
- ▶ Viscoelasticità
- ▶ Stabilità e turbolenza
- ▶ Teoria dello strato limite turbolento

Pagina di riferimento: <http://www.dmf.unicatt.it/~musesti/BFD/>

## Bibliografia:

-  L.D. Landau, E.M. Lifschitz, *Fluid mechanics*, Pergamon Press, London, 1959.
-  M.E. Gurtin, *An introduction to continuum mechanics*, Mathematics in Science and Engineering 158, Academic Press, New York-London, 1981.
-  A.J. Chorin, J.E. Marsden, *A mathematical introduction to fluid mechanics*, Springer-Verlag, New York, 1993.
-  Y.C. Fung, *Biomechanics. Circulation*, Springer-Verlag, 1997.
-  G.P. Galdi, R. Rannacher, A.M. Robertson, S. Turek, *Hemodynamical Flows*, Birkhäuser, 2008.
-  S.B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000.

## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

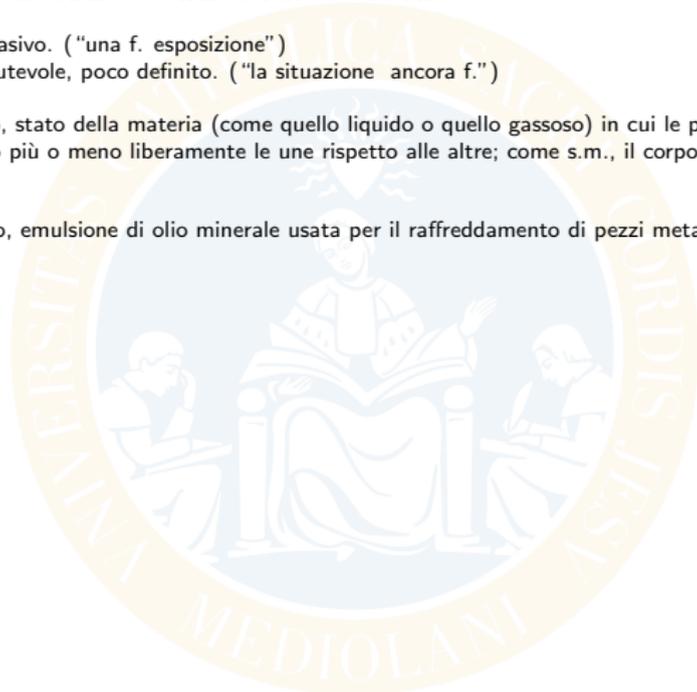
Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.



## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

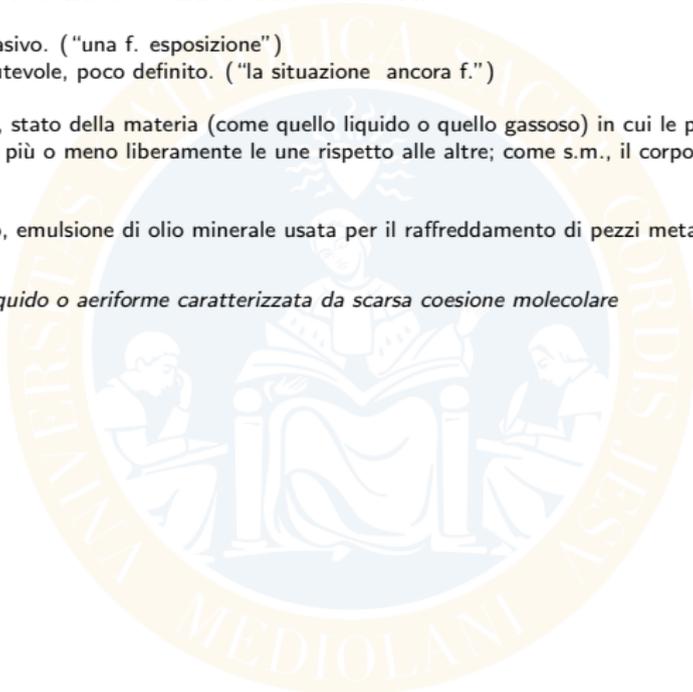
2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

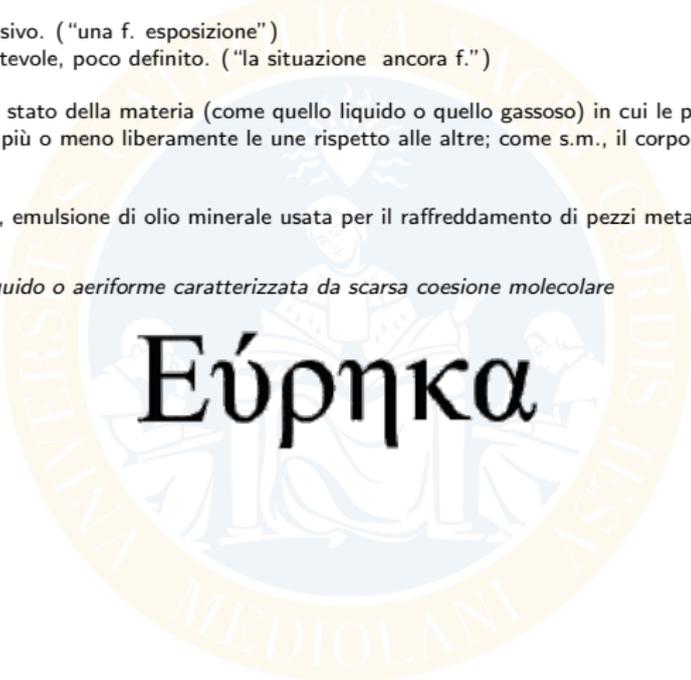
2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



Εύρηκα

## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



## fluido

aggettivo e sostantivo maschile

1. aggettivo

Di sostanza scorrevole in quanto dotata di limitata consistenza e densità.

fig.

Sciolto, facile e piacevole, suasivo. ("una f. esposizione")

Con altro senso, instabile, mutevole, poco definito. ("la situazione ancora f.")

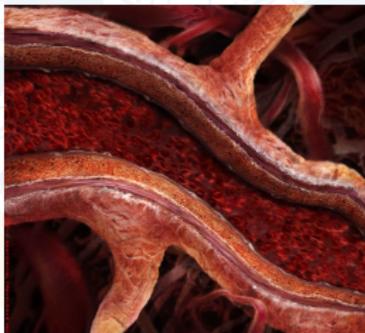
2. aggettivo

In chimica fisica: stato fluido, stato della materia (come quello liquido o quello gassoso) in cui le particelle non hanno posizioni reciproche fisse e si muovono più o meno liberamente le une rispetto alle altre; come s.m., il corpo o la sostanza che hanno tale proprietà.

3. sostantivo maschile

In tecnologia: fluido da taglio, emulsione di olio minerale usata per il raffreddamento di pezzi metallici durante la lavorazione su macchine utensili.

*sostanza allo stato liquido o aeriforme caratterizzata da scarsa coesione molecolare*



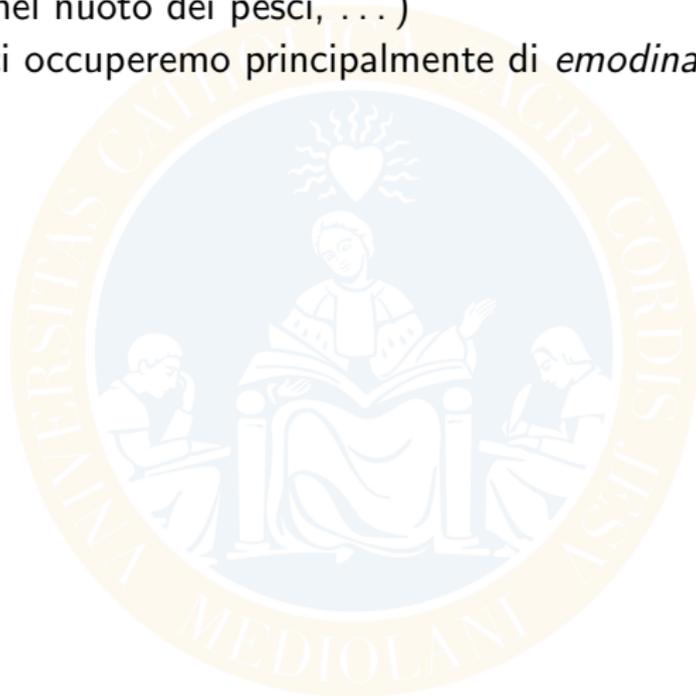
- ▶ **Ingegneria Industriale:** profili alari, profili di flusso intorno ad aerei/auto/navi, scambiatori di calore, ...
- ▶ **Ambientale:** formazione di uragani, studio correnti oceaniche, ...
- ▶ **Biologico:** flusso d'aria nei polmoni, flusso sanguigno in arterie/vene, protesi vascolari/valvolari, sistemi di dialisi, ...

Studio del moto dei fluidi biologici in qualsiasi contesto (nell'arterie, nel volo di uccelli o nel nuoto dei pesci, ...)



Studio del moto dei fluidi biologici in qualsiasi contesto (nell'arterie, nel volo di uccelli o nel nuoto dei pesci, ...)

In questo corso ci occuperemo principalmente di *emodinamica*.



Studio del moto dei fluidi biologici in qualsiasi contesto (nell'arterie, nel volo di uccelli o nel nuoto dei pesci, ...)

In questo corso ci occuperemo principalmente di *emodinamica*.

- ▶ *Circolazione del sangue*
  - ▶ pompaggio del cuore
  - ▶ moto nelle arterie e nelle vene
  - ▶ moto nelle arterie polmonari
  - ▶ microcircolazione
- ▶ *Sistema respiratorio*
- ▶ *Moto nel bulbo oculare*
  - ▶ moto nel film lacrimale sulla cornea
  - ▶ moto nella camera anteriore
  - ▶ drenaggio
  - ▶ flusso del corpo vitreo dovuto alle rotazioni oculari

# A cosa serve la Biofluidodinamica?

- ▶ Fisiologia: capire come funzionano gli esseri umani.
- ▶ Fisiopatologia: capire le cause e lo sviluppo di malattie.
- ▶ Diagnosi: riconoscere patologie o malattie da misurazioni.
- ▶ Cura: fornire un supporto alla chirurgia e alla progettazione di protesi.

# Peculiarità dei moti fisiologici

Thomas Young (1808):

*“The mechanical motions, which take place in animal body, are regulated by the same general laws as the motion of inanimate bodies . . . and it is obvious that the enquiry, in what matter and in what degree, the circulation of the blood depends on the muscular and elastic powers of the heart and of the arteries, . . . , must become simply a question belonging to the most refined departments of the theory of hydraulics.”*

Ci sono alcune caratteristiche comuni nei moti fisiologici:

- ▶ Pulsatilità: moti fortemente non stazionari e periodici (ad esempio: arterie e apparato respiratorio)
- ▶ Geometrie complesse
- ▶ Geometrie dipendenti dal tempo
- ▶ Importanza del numero di Reynolds

Patient's real data



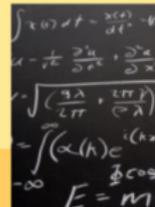
Mathematical Models

Geometry reconstruction



**PROBLEM**  
Analysis of the cardiovascular system

PDEs Analysis



Numerical Modeling



FEEDBACK

Experimental Models

In vivo

In vitro

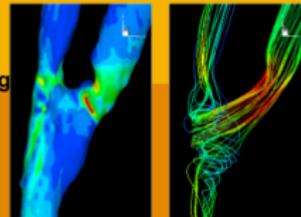
Literature benchmark

VALIDATION & VERIFICATION

Computer Simulations

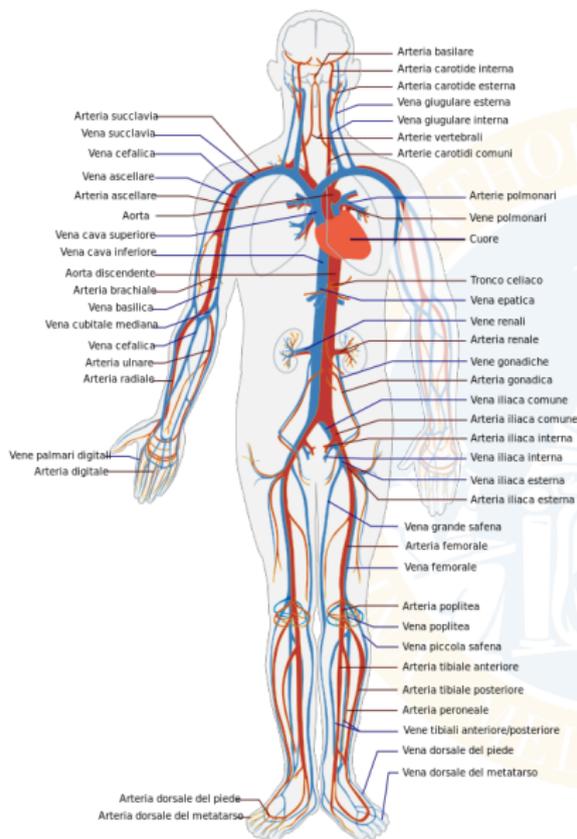
Post-Processing

3D Visualization



MEDICAL

# Il sistema circolatorio



Il **grande circolo** parte dal ventricolo sinistro (arteria aorta) e ritorna al cuore attraverso le vene cave (atrio destro).

Il **piccolo circolo** parte dal ventricolo destro (arteria polmonare) e ritorna al cuore attraverso le vene polmonari (atrio sinistro). Il piccolo circolo ha la funzione fondamentale di permettere l'ossigenazione del sangue che irrorerà, attraverso il grande circolo, tutti i distretti periferici.

## Alcune misure importanti

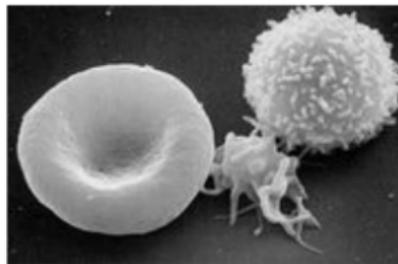
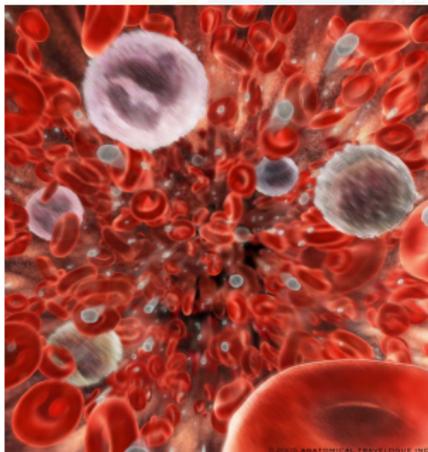
Vena	n.	diametro [cm]	sezione [cm <sup>2</sup> ]	spessore della parete [cm]
Aorta	1	3	7	$2 \times 10^{-1}$
Arterie	$8 \times 10^3$	$10^{-1}$	$8 \times 10^{-3}$	$10^{-1}$
Arteriole	$10^7$	$5 \times 10^{-3}$	$2 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-3}$
Capillari	$10^{10}$	$8 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-7}$	$10^{-4}$
Venule	$4 \times 10^7$	$10^{-2}$	$7.9 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-4}$
Vene	$8 \times 10^3$	$1.8 \times 10^{-1}$	$10^{-1}$	$5 \times 10^{-2}$
Vena cava	2	3	6	$1.5 \times 10^{-1}$

Vena	pressione media [KPa]	velocità media [cm s <sup>-1</sup> ]
Aorta	12.5	12
Arterie	12	45
Arteriole	7	5
Capillari	3	0.1
Venule	1.5	2
Vene	1	10
Vena cava	0.5	14

# Composizione del sangue

Il sangue è un materiale fluido corpuscolare composto principalmente da

- ▶ globuli rossi ( $\sim 40\%$  del volume; aventi la geometria di dischi biconcavi circa  $8\mu m$  di diametro e con uno spessore da 1 a  $2\mu m$ )
- ▶ piastrine e globuli bianchi in piccole percentuali
- ▶ immersi in un plasma acquoso



← corpuscolare

→ continuo

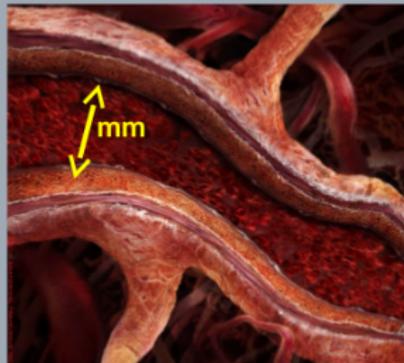
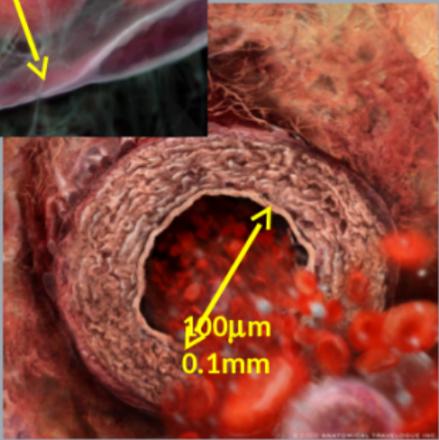
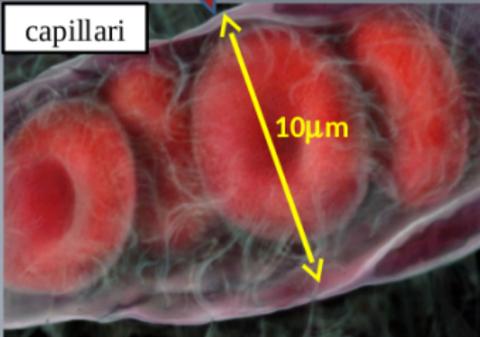
capillari

arteriole

Arterie  
~2mm

Aorta  
~1.5cm

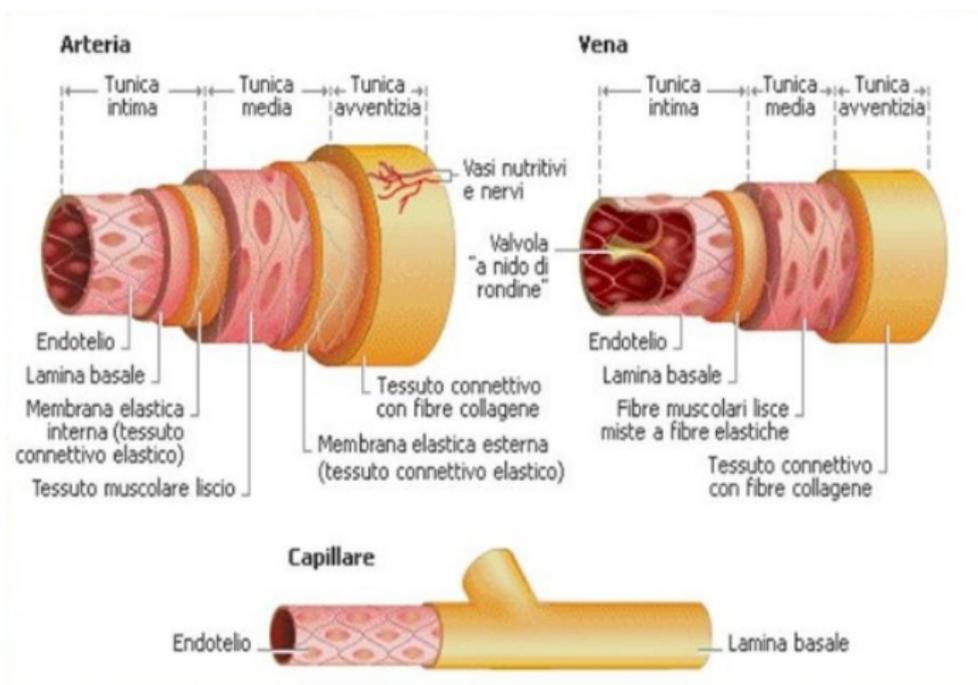
Camere  
cardiache  
~4cm



Nel cuore e nei grandi vasi il sangue può essere considerato un fluido omogeneo.

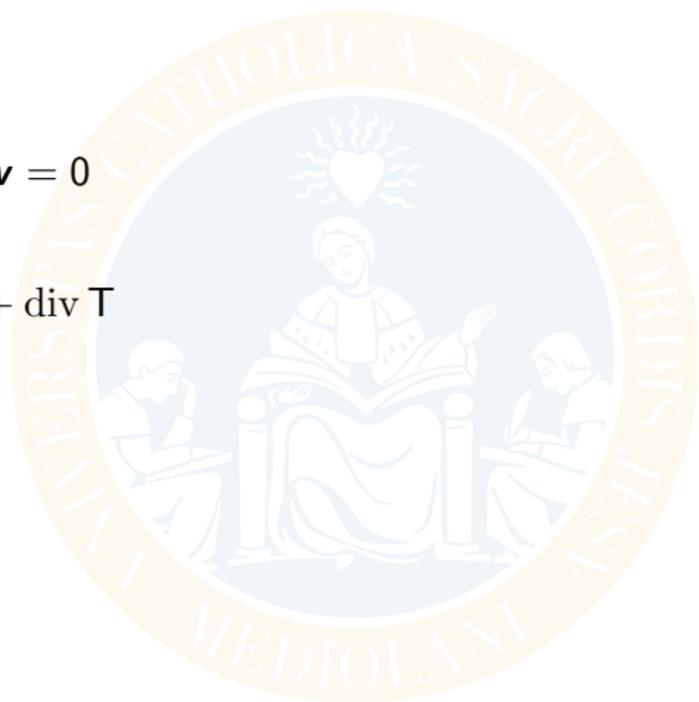






$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{b} + \operatorname{div} \mathbf{T} \quad (2)$$



$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{b} + \operatorname{div} \mathbf{T} \quad (2)$$

$\mathbf{T}$  è simmetrico

## Il modello newtoniano incomprimibile

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D};$$

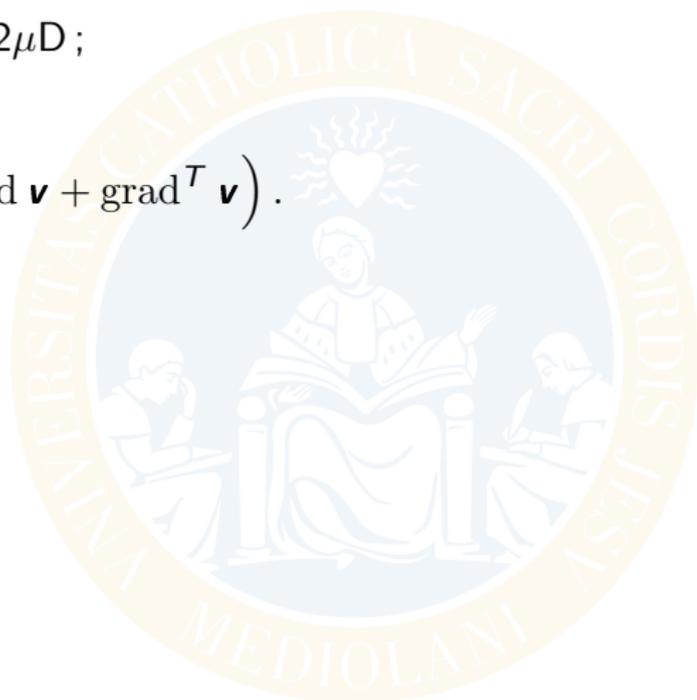
(3)



## Il modello newtoniano incomprimibile

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}; \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left( \text{grad } \mathbf{v} + \text{grad}^T \mathbf{v} \right).$$



## Il modello newtoniano incomprimibile

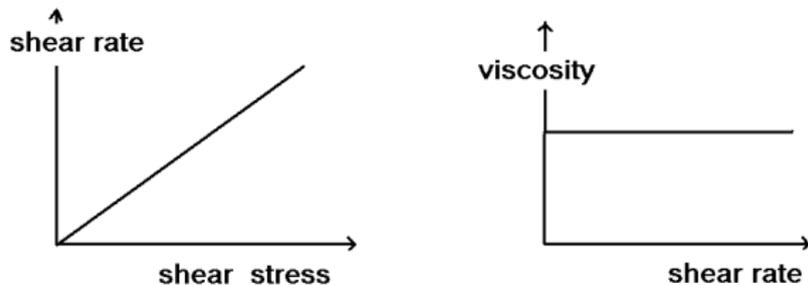
$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}; \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left( \text{grad } \mathbf{v} + \text{grad}^T \mathbf{v} \right).$$

La viscosità ( $\mu$ ) misura la resistenza del fluido allo scorrimento (al flusso). Ci dà un'idea della sua “consistenza”. Più un fluido presenta resistenza allo scorrimento e più è viscoso.

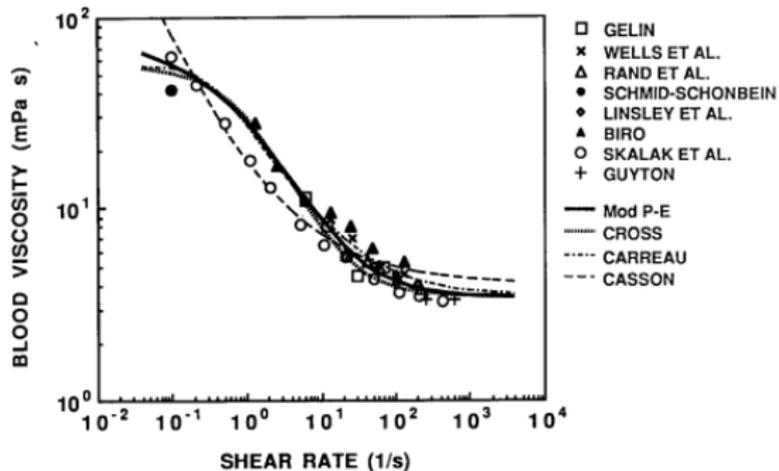
La (3) esprime un legame di proporzionalità diretta tra il tensore degli sforzi viscosi e il tensore delle velocità di deformazione: la costante di proporzionalità è detta viscosità.

# Il modello newtoniano incomprimibile



Shear rate:  $\dot{\gamma} := 2D$

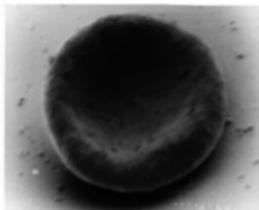
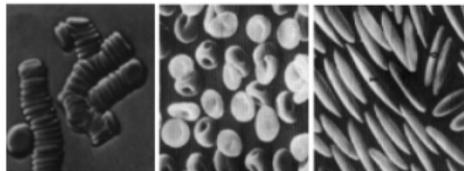
Shear stress (*tensore degli sforzi di taglio o di viscosità*):  $\tau := T + pl =: V$



## Non-Constant Viscosity

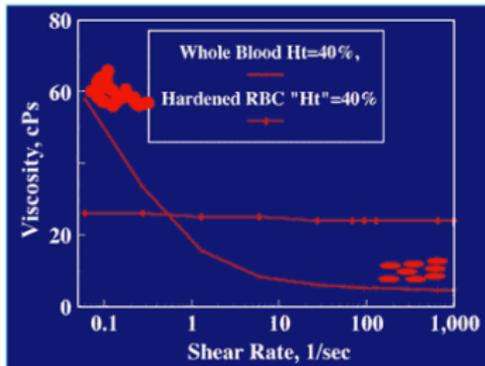
RBC aggregation  
and  
deformability

Shear -Thinning



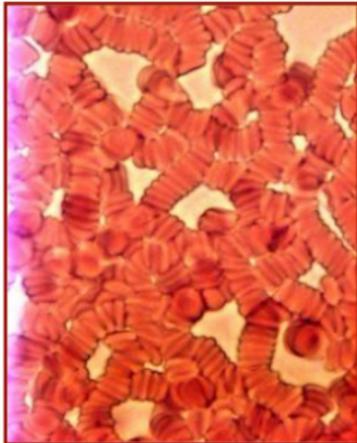
Courtesy of Prof. K.B.  
Chandran, University of Iowa.

Hematocrit  
Osmotic Pressure  
Plasma Composition  
.....



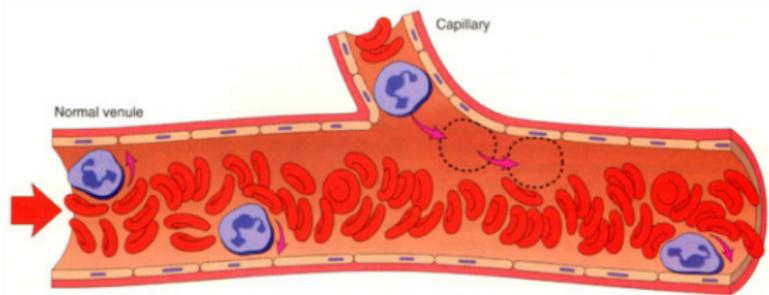
# Comportamento non newtoniano del sangue /2

## Rouleaux aggregation



Red blood cells aggregate as in stack of coins

## Fåhraeus-Lindquist effect



In small vessels (below 1mm radii) red blood cells move toward the central part of the vessel, and blood viscosity shifts toward plasma viscosity (much lower)

## Non-Linear Viscoelasticity

→ Elastic behavior of RBC (elongation and distortion)

→ Formation and distortion of the rouleaux

Haematocrit  
Temperature  
Time (Thixotropy)  
Experimental factors  
Plasma viscosity  
.....

Non-Linear Creeping  
Stress  
Normal Stress Effects

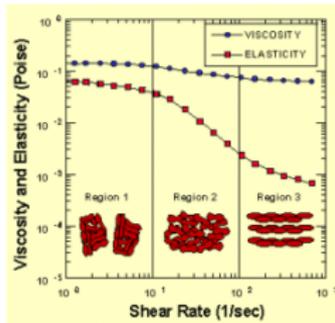


Fig. The shear rate dependence of normal human blood at 2Hz and 22°C [Vilastic Sc. Inc]

Viscoelastic parameters  
*experimentally measured*  
e.g. with unsteady flow in  
capillary tube viscometers



Oscillatory and pulsatile  
flow analysis

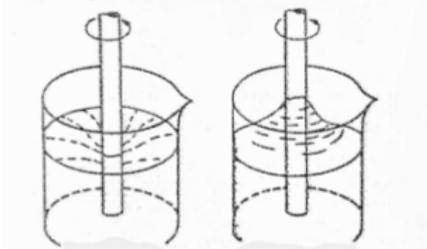
*Viscoelastic effects are only  
substantial at low shear rates*

## Altri effetti non newtoniani

**Thixotropy** (tissotropia): dovuta al tempo necessario per la formazione e la distruzione dei rouleaux. È la proprietà di variare lo stato dei fluidi quando sottoposti a sollecitazioni di taglio oppure nel caso di lunghi periodi di quiete o sottoposti a movimenti peristaltici. In queste condizioni il fluido può passare dallo stato di grasso pastoso quasi solido a quello di liquido o, più in generale, da quello di gel a quello di liquido. Generalmente è una funzione dello shear rate. È molto importante nell'industria farmaceutica.

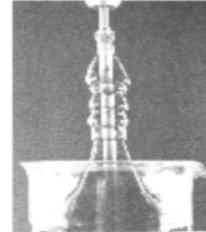
**Yield-Stress:** alcuni esperimenti mostrano che il sangue può resistere allo shear, comportandosi come un materiale rigido, fino a che non si raggiunge un valore critico dello stress. Dopo questo valore il sangue si comporta come un fluido.

## The “Weissenberg Effect” or “Rod-Climbing” Experiment (Viscoelastic effect - due to normal stress differences)



Newtonian Fluid

Polymeric Fluid

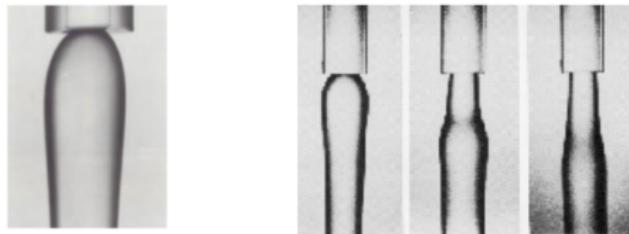


- The fluid is high-molecular weight polyisobutylene in low-molecular weight solvent of the same chemical nature.
- A rod is rotating in a dish of viscoelastic liquid and the liquid climbs up the rod.
- When the normal stress component in the circular direction of flow due to rotation of the rod is greater in magnitude than the two mutually perpendicular components, a tension in the flow direction results which increases as one approaches the surface of the rotating shaft
- A Newtonian liquid would move towards the rim of the dish under the influence of inertia forces.

From: H.A. Barnes, J.F. Hutto, K.A. Walters, *An Introduction to Rheology*, Elsevier Sc., Amsterdam (1989), and D.V. Boger and K. Walters, *Rheological Phenomena in Focus*, Elsevier Sc., (1993)]

## Post-Extrusion Effects: Extrudate Swell or “Die Swell”

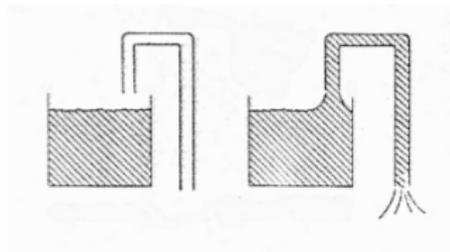
(Viscoelastic effect mainly due to normal stress differences)



- **Delayed die swell** for a 5% aqueous solution of polyacrylamide.  
(a) Normal die swell. (b) Moderate flow strength. (c) Strong flow.

The liquid falls under gravity on exiting the capillary. For fully developed flow of a viscoelastic fluid in the tube, a tension along the streamlines associated with the normal stresses is present. As the flow strength increases, corresponding to **increasing Reynolds number**, it will relax the tension along the streamlines by contracting in a longitudinal direction; there is a conflict between fluid inertia and elasticity. This results in lateral expansion of the liquid, giving rise to the die-swell phenomenon; the swelling phenomenon is delayed as a result of fluid inertia.

## The “ Tubeless Siphon” or “Open-Siphon Effect” and Fano Flow (Extensional Viscoelastic effect)



**Newtonian Fluid**

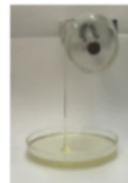
**Polymeric Fluid**

Test sample: 0.75% aqueous solution of Polyox WSR 301

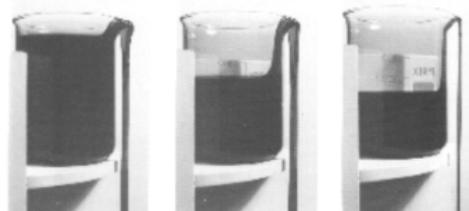
- Only the slightest spilling will part empty the beaker.

When a liquid containing large molecules of high aspect ratio particles is stretched, the molecules and/or the particles align in the direction of stretching process. This results in a substantial increase in the extensional viscosity of the liquids, especially at high extensional strain rates.

**From:** D.V. Boger and K. Walters,  
*Rheological Phenomena in Focus*, Elsevier Sc., (1993)]



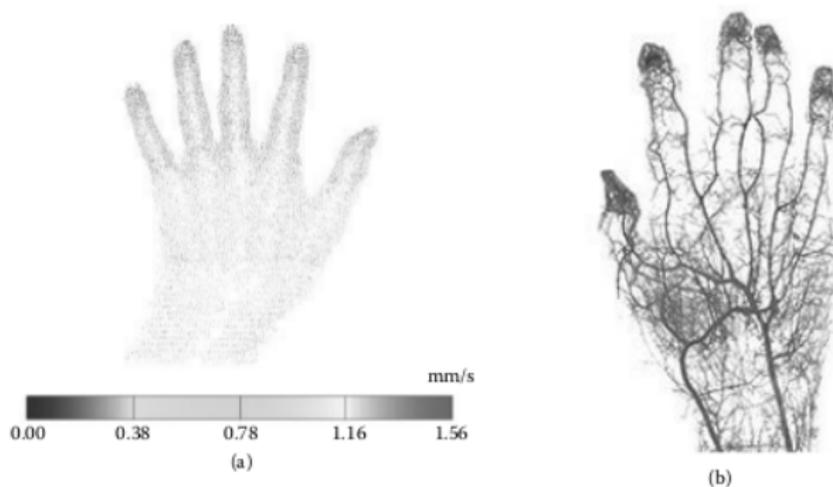
- Thread produced by raising the dish, with the surface of the liquid just below the orifice. Fluid is drawn into the chamber by applying a vacuum pressure and the reservoir is then slowly lowered to produce the phenomenon.
- The vacuum chamber is now replaced by a rotating drum



# Modelli non newtoniani

Model	Equation	Non-Newtonian Properties
Carreau-Yasuda	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{1-n}{a}}}$	shear thinning
Casson	$\tau^{1/2} = (k \dot{\gamma})^{1/2} + \tau_o^{1/2}$	yield stress
Power law	$\tau = k \dot{\gamma}^n$	shear thinning
Cross	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \lambda \dot{\gamma}^m}$	shear thinning
Herschel-Bulkley	$\tau = k \dot{\gamma}^n + \tau_o$	shear thinning, yield stress
Oldroyd-B	$\boldsymbol{\tau} + \lambda_1 \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = \mu_0 \left( \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \lambda_2 \overset{\nabla}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right)$	viscoelasticity
Quemada	$\mu = \mu_p \left( 1 - \frac{k_0 + k_{\infty} \sqrt{\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c}}{2(1 + \sqrt{\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c})} \phi \right)^{-2}$	shear thinning
Yelleswarapu	$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \frac{1 + \ln(1 + \lambda \dot{\gamma})}{1 + \lambda \dot{\gamma}}$	shear thinning
Bingham	$\tau = k \dot{\gamma} + \tau_o$	yield stress
Eyring-Powell	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{(\mu_0 - \mu_{\infty}) \sinh^{-1}(\lambda \dot{\gamma})}{\lambda \dot{\gamma}}$	shear thinning
Ree-Eyring	$\tau = \tau_c \sinh^{-1} \left( \frac{\mu_0 \dot{\gamma}}{\tau_c} \right)$	shear thinning

# Esempio di utilizzo di PME



Legge di Darcy:  $\text{grad } p = \frac{\mu}{k} \mathbf{v}$

# Perché studiare anche la turbolenza

