

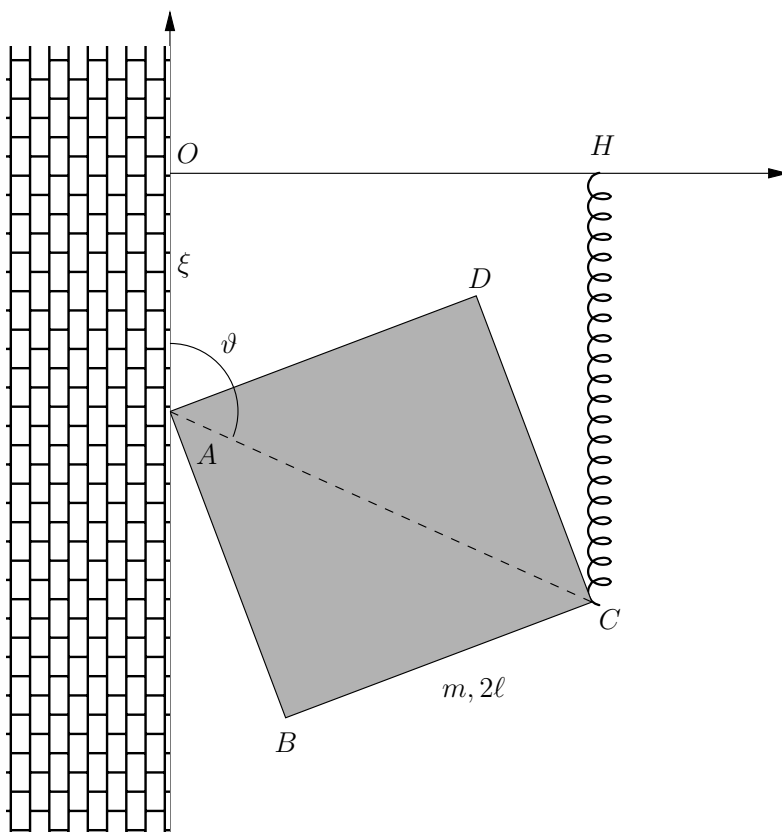
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
**Prova scritta di Meccanica Analitica - 5 settembre 2025**

I) In un piano verticale, una lamina quadrata omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lato  $2\ell$  si muove in modo che il vertice  $A$  scorra sull'asse verticale di un riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$  e la lamina possa ruotare attorno ad  $A$ . Inoltre la lamina è confinata a restare sempre alla destra dell'asse verticale.

Su tutto il sistema agisce la forza peso e sul vertice  $C$  opposto ad  $A$  agisce una forza elastica di coefficiente  $k > 0$ , sempre verticale e con polo  $H$  sull'asse delle ascisse.

Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema e, se ce ne sono, discuterne la stabilità;
2. trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
3. scrivere l'energia cinetica del sistema e la matrice  $\mathbb{K}$  dell'energia cinetica.



II) Si trovi per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = \alpha qp \\ P(q, p) = \ln \left( \frac{p}{q^2} \right) \end{cases}$$

è canonica e se ne trovi una funzione generatrice del tipo  $F_2(q, P)$ .

---

Durata della prova: 90 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.