

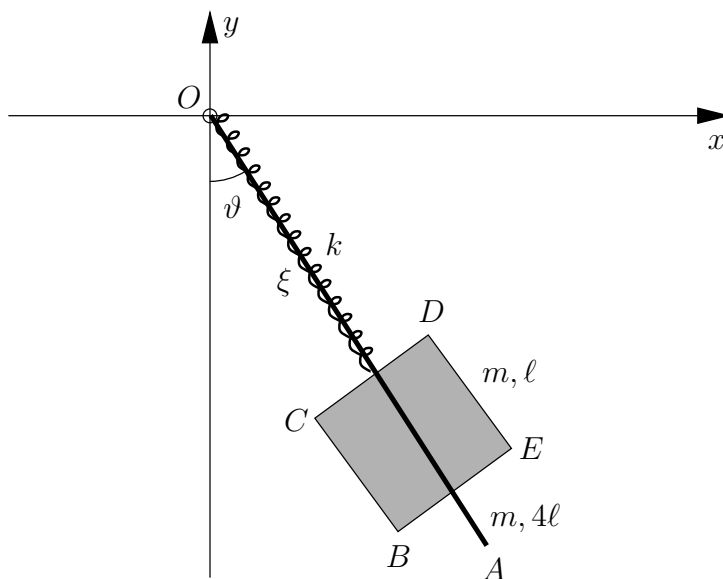
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 8 giugno 2026

I) In un piano verticale, un'asta OA di massa m e lunghezza 4ℓ è libera di ruotare attorno al proprio estremo O , fissato nell'origine di un riferimento cartesiano ortogonale Oxy . Sull'asta può scorrere una lamina quadrata $BCDE$ di massa m e lato ℓ , in modo che i punti medi dei lati DC e BE stiano sempre sull'asta, rimanendo all'interno degli estremi O, A .

Tutto il sistema è soggetto alla forza peso. Inoltre, sul punto medio del lato DC agisce una forza elastica di coefficiente $k > 0$ e polo l'origine.

Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità;
2. discutere l'esistenza di posizioni di equilibrio di confine;
3. scrivere l'energia cinetica del sistema;
4. scrivere la matrice dell'energia cinetica e, nel caso $\lambda = 1$, le equazioni differenziali del moto linearizzate attorno ad una posizione di equilibrio stabile.



II) Si trovi per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = \alpha q^2 \sqrt{p} \\ P(q, p) = \frac{\sqrt{p}}{q} \end{cases}$$

è canonica e se ne trovi una funzione generatrice del tipo $F_2(q, P)$.