

Le costanti fondamentali in fisica

Giuseppe Nardelli

Dipartimento di Matematica e Fisica

Università Cattolica

via Musei 41 , BRESCIA

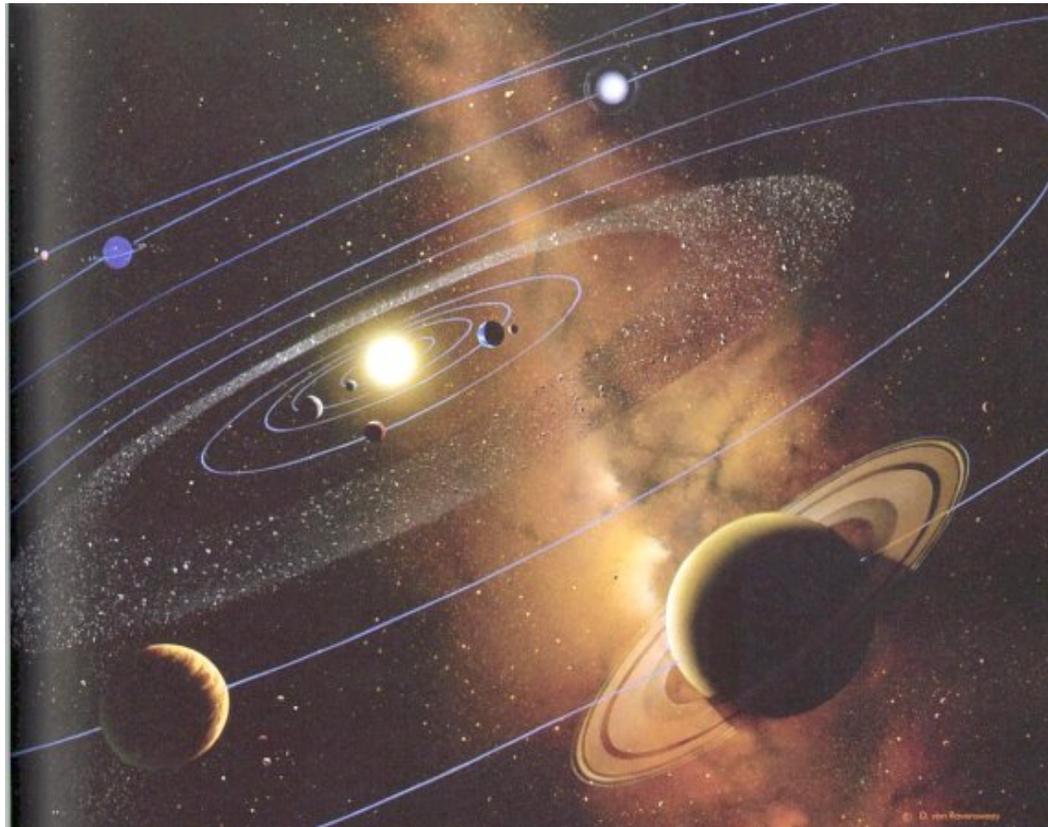
g.nardelli@dmf.unicatt.it

ci sono voluti millenni:

* per capire che il mondo in cui viviamo non é statico



* si muove attorno al sole



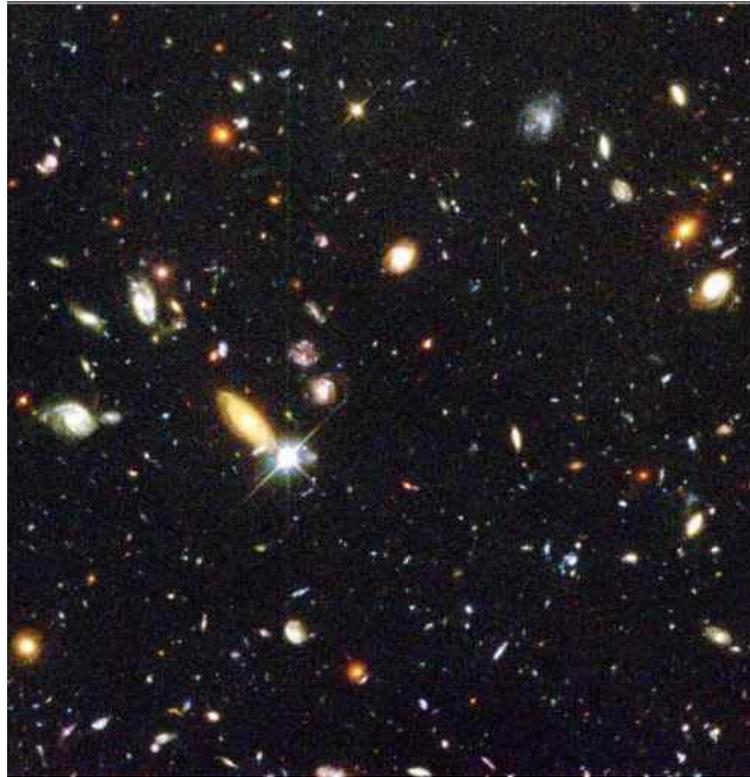
che a sua volta

* si muove all'interno della via lattea



che a sua volta

* si muove con le altre galassie nell'universo....



la concezione dell'universo che abbiamo ora é dinamica

fa parte del pensiero comune (di oggi!) immaginare che il nostro mondo sia nato, si evolva, muti, e che un giorno morirá per una qualunque causa astronomica

E' quasi piú sorprendente scoprire che

in mezzo a tutto questo "divenire", c'è qualcosa che non cambia, ci sono

COSTANTI FONDAMENTALI

- * cosa vuol dire **costante**, e cosa vuol dire **fondamentale**?
- * quante sono?
- * ci **devono** essere o ci **possono** essere?
- * sono connesse tra loro?
- * come si misurano, a cosa serve misurarle e a cosa servono?
- * ma poi, sono veramente costanti?



Le unità di misura

(....ovvero come perdere 125 milioni di dollari)

nascono su base antropometrica (il pollice, il piede, il cubito, la iarda...)

ma di chi? (del re, della regina)

ma non tutti i re e regine sono uguali

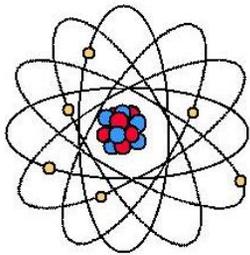
Davide I di Scozia (1150) introdusse (democraticamente) la *media*

.....

ma erano sempre misure locali, e in Europa si iniziava a viaggiare

il sistema metrico nasce poco dopo la rivoluzione francese. Con alti e bassi si assesta definitivamente nel 1870 (commissione metrica internazionale)

e le unita' campione?



Maxwell fu il primo a realizzare che le unità campione di platino iridio non potevano rimanere **costanti**, e suggerí di esprimerle in termini grandezze *atomiche*.

Lo ascoltarono (+ di 20 anni dopo) e nel 1905 venne definito l'Angstrom ($= 10^{-10}m$) sulla base della lunghezza d'onda emessa dal cadmio ad alta temperatura. Per la prima volta una lunghezza era definita ufficialmente in termini di **costanti** della natura

L'idea era buona... anzi ottima

utilizzare le costanti della natura per definire unità di misura



ma non originale: Johnstone Stoney aveva capito che le costanti della natura potevano servire ad allontanarsi da sistemi di misura antropometrica e definire unità di misura "universali". Combinando $G = 6.67 \cdot 10^{-11} m^3/(s^2 kg)$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$ esiste un unico modo di generare unità di massa, tempo e spazio (... e $c = 1$):

$$M_J = \sqrt{\frac{e^2}{G}} \sim 10^{-7} gr, \quad T_J = \sqrt{\frac{Ge^2}{c^6}} \sim 3 \cdot 10^{-46} sec, \quad L_J = \sqrt{\frac{Ge^2}{c^4}} \sim 10^{-37} m$$

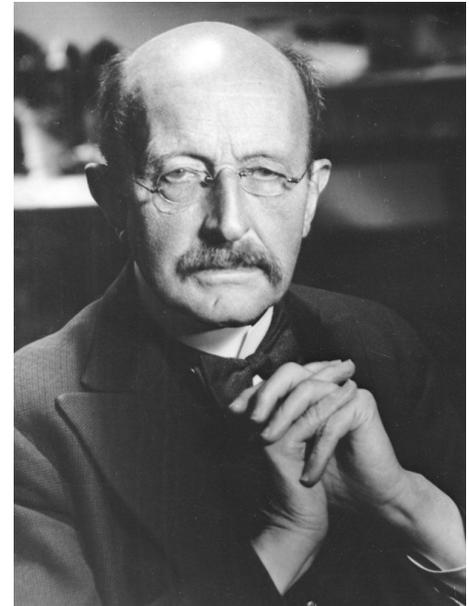


qualche anno piú tardi, Planck riprese la medesima idea, introducendo unitá di massa, tempo e lunghezza che fossero completamente indipendenti da particolari corpi e sostanze (e lo poteva fare perché nel frattempo una nuova costante era stata introdotta)

$$m_P = \sqrt{\frac{hc}{G}} = 5.56 \cdot 10^{-5} gr$$

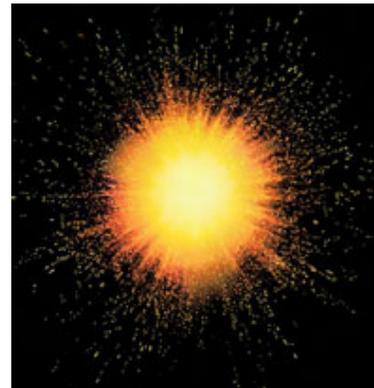
$$l_P = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} = 4.13 \cdot 10^{-33} cm,$$

$$t_P = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} = 1.38 \cdot 10^{-43} sec$$



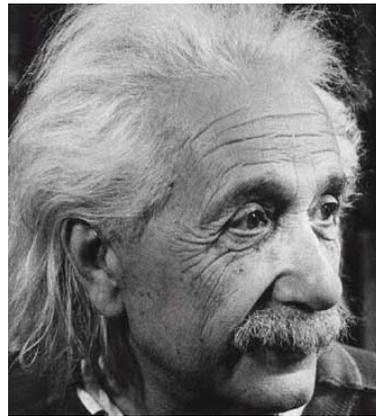
dopo qualche lustro di disuso, sono ritornate recentemente alla ribalta, **non** come unità di misura, ma come *scale caratteristiche*:

- il nostro universo ha una età di $10^{60} t_P$ (vecchiotto). La vita sulla terra aparve a $10^{59} t_P$.
- Fortunatamente meccanica quantistica e relatività generale si occupano di situazioni *complementari* (scale atomiche e cosmiche, rispettivamente). Solo in cosmologia "spinta" le due possono essere entrambe rilevanti (buchi neri, big bang...), ovvero alle scale di Planck



Einstein e le costanti fondamentali

Postuló la costanza ($c = 3 \cdot 10^8 m/s$) della velocità della luce nel vuoto in relatività ristretta. (a differenza delle altre (G , h), c non è una costante di proporzionalità)



Era convinto che dovesse esistere una teoria più generale in cui G , c e h emergessero come costanti *derivate*, **la teoria del tutto**

Qualche sua citazione:

* Più ci sono costanti, e meno la teoria é generale e universale. Deve esistere una teoria universale con un numero *minimo* di costanti fondamentali (quante?)

* Ci sono due tipi di costanti: *apparenti*, e *fondamentali*. Le prime sono una convenzione, dipendono dal modello o dalle unità di misura (per es. $h = c = 1$). Le seconde sono *numeri puri*, come π

G, h, c **non** sono costanti fondamentali (e su questo si può discutere...). D'altro canto non esiste una loro combinazione adimensionata. Se introduciamo e, m_p abbiamo le combinazioni

$$\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} \simeq \frac{1}{137} \quad \alpha_G = \frac{Gm_p^2}{hc} \simeq 10^{-38}$$

che sono adimensionate e **fondamentali**

α e α_G sono molto formalmente molto simili:

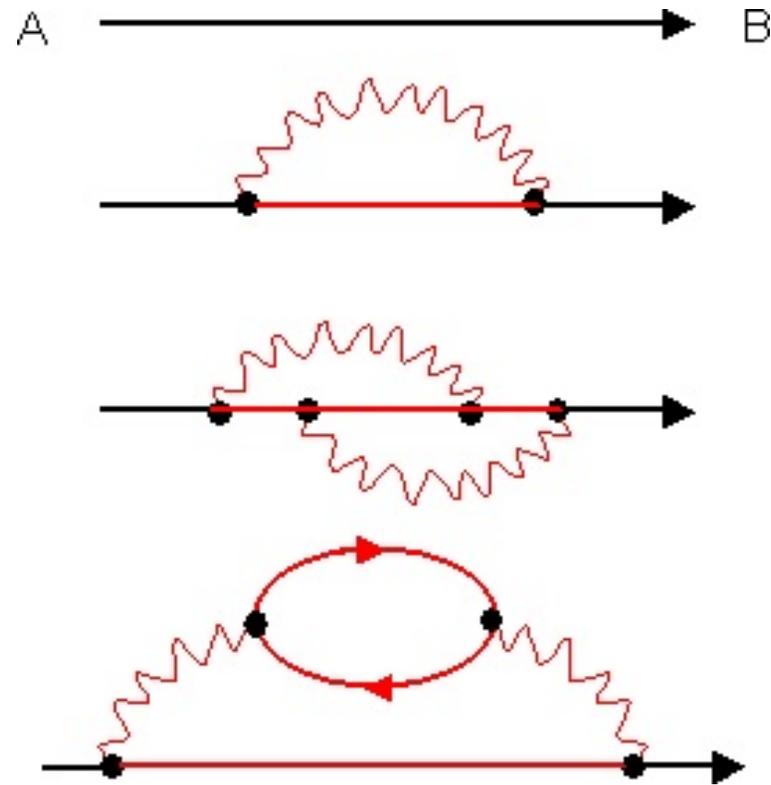
*stesso denominatore

*elettrodinamica e gravità hanno (energia) potenziale che vanno entrambi come $1/r$. Il numeratore di α e α_G é proprio la costante di proporzionalità tra V e $1/r$.

ma molto diverse numericamente (per fortuna)

$\alpha \sim 1/137$ é perfetta, né troppo grande né troppo piccola! Sufficientemente piccola per giustificare calcoli perturbativi in QED, e sufficientemente grande per misurarli.

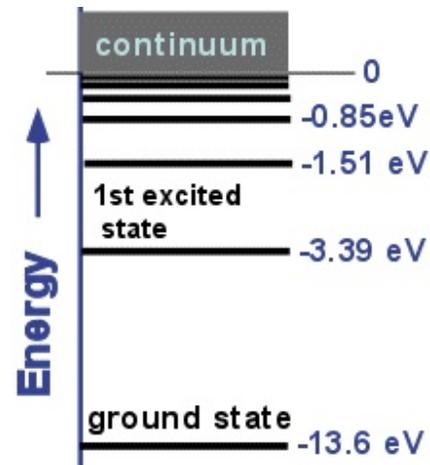
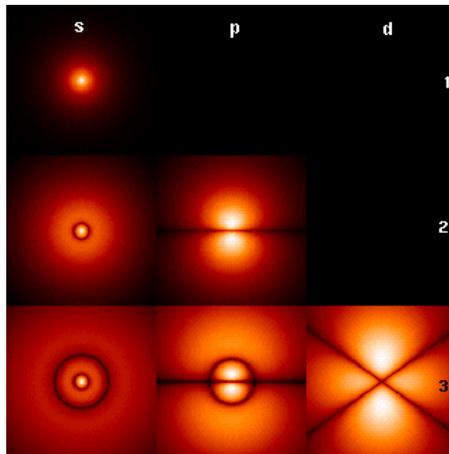
Tutta l'elettrodinamica quantistica é uno sviluppo perturbativo in α



Inoltre α associata a una *scala* dimensionata, permette di misurare un effetto fisico, in unità di misura della scala scelta,

Ex: Per un elettrone, la scala naturale di energia é $\epsilon = m_e c^2$. I livelli energetici dell'elettrone nell'atomo H sono

$$E_n = -\frac{\alpha^2}{2n^2} m_e c^2, \quad n = 1, 2, \dots$$

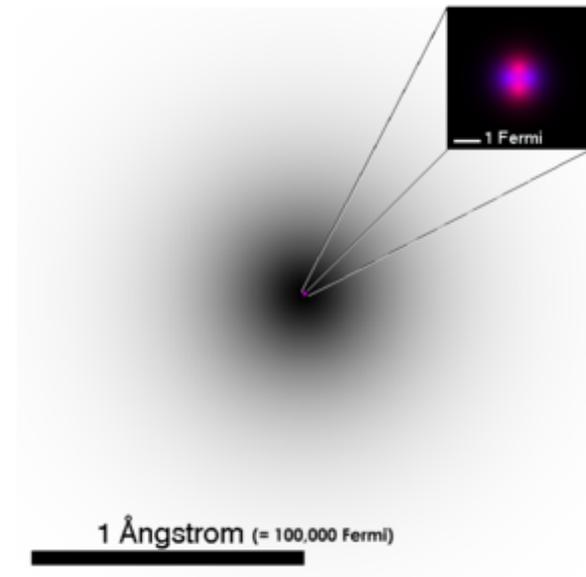


.... oppure α permette di cambiare scala.

una scala naturale per l'elettrone libero é il suo *raggio classico* r_c ,
mentre una scala naturale per l'elettrone in un atomo H é il raggio di
Bohr r_B ,

$$r_c = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.81 \text{ Fm} \quad r_B = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

ma $r_c = \alpha^2 r_B$!





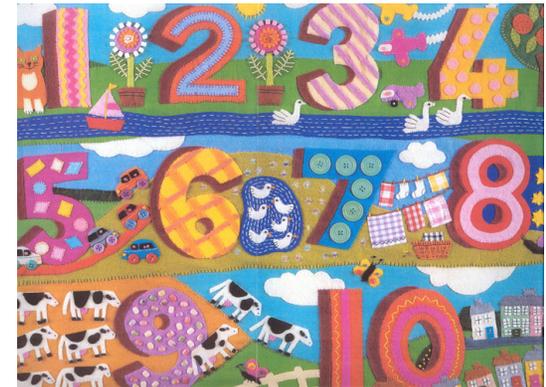
Un po' di numerologia... (tutti, chi piú chi meno non hanno saputo resistervi - e Pauli ci ha lasciato le penne!)

$$e^{\frac{1}{\pi}} = 1.37$$

$$e^{\sqrt{1 + e^{\sqrt{1 + e^{\sqrt{1 + \dots}}}}}} = 1.37$$

$$\frac{2^4 3^3}{\pi} = 137 \text{ (Heisenberg)}$$

$$\frac{8\pi^4}{9} \sqrt[4]{\frac{2^{45}!}{\pi^5}} = 137 \text{ (Wylter)}$$



Se esiste una **Teoria del Tutto** (alla Einstein), questi sono alcuni esempi di come potrebbe emergere α

Che cosa accadrebbe se qualcuna delle costanti cambiasse un pochino il suo valore? In alcuni casi accadrebbe un disastro.



E se per caso le costanti variassero, ma in modo tale che α rimanga costante, cosa accadrebbe?



...tranquillo, entro certi limiti **nulla** di grave.
Nulla che non possa essere riassorbito da un cambio di unità di misura,
ma fisicamente non cambierebbe granché.



E questo vale anche in moltissimi casi di costanti dimensionate, perché in tutte le misure fisiche:

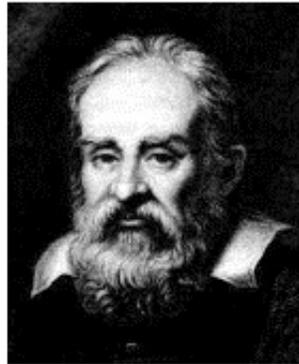


a) o si fanno **conteggi** (adimensionati)

b) o si **comparano** grandezze dimensionate rispetto ad una unità campione (che di fatto è adimensionata ed equivale a un conteggio)



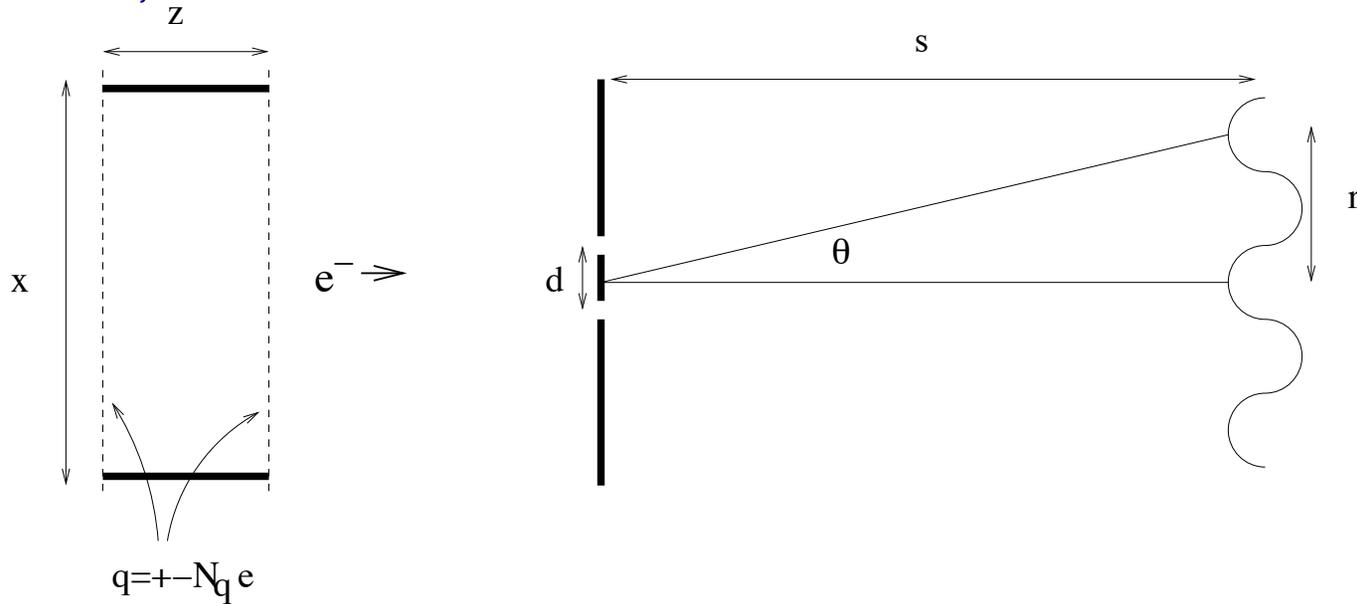
Dialogo tra Simplicio e Sagredo sulla doppia fenditura



Galileo Galilei (1564-1642)

Simplicio: Consideriamo l'esperimento rivelatore di tutta la meccanica quantistica. Le figure di interferenza di un fascio di elettroni da una doppia fenditura. h é la costante che lega il carattere corpuscolare e ondulatorio dell'elettrone, e l'angolo θ tra due massimi nella figura

di interferenza é proporzionale a h . Se p é l'impulso non relativistico dell'elettrone, θ é dato da



$$\theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{2\pi\hbar}{pd}$$

e se h aumenta, anche θ aumenta!

Sagredo: Sei troppo precipitoso. La lunghezza d é la lunghezza di un materiale fisico, la cui spaziatura interatomica dipenderá a sua volta da costanti fondamentali, e quindi anche la sua lunghezza puó dipendere dalle costanti fondamentali. Come la misuriamo quella? L'unica possibilitá é misurarla come multiplo di una scala opportuna, ovvero atomico . Ma *l'unica* scala che abbia dimensioni di una lunghezza con le costanti in gioco é r_B , che usiamo come *righello*: $d = (d/r_B)r_B = (d/r_B)\hbar^2/(m_e e^2)$, e dunque

$$\theta = \frac{2\pi m_e e^2}{p\hbar} \frac{1}{(d/r_B)}$$

Simplicio: Sorprendente! Dunque se h aumenta la distanza tra le frange *diminuisce*. Non l'avrei mai detto.

Sagredo: E bene avresti fatto! Perché, la natura ti fornisce elettroni con impulso p ?

Sagredo: Gli elettroni, a riposo, passano attraverso un potenziale ϕ , così che $p^2/2m_e = e\phi$. Il potenziale può essere mantenuto mettendo delle cariche $\pm q$ sulle armature di area $A = x^2$, separate ad una distanza z , da cui $\phi = 4\pi N_q e z / x^2$, ove $N_q = q/e$ è il numero di cariche elementari per armatura. Così come per d , anche per x e z le unità naturali sono in termini di r_B , così che sostituendo il valore dell'impulso ottenuto in θ si ha

$$\theta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(x/r_B)}{(d/r_B)\sqrt{N_q(z/r_B)}}$$

che è completamente **indipendente** da \hbar e dipende solo da "numeri".



WOW!

Limiti di sicurezza di α possono essere stimati imponendo che:

* il tempo di decadimento del protone ($\tau_p \sim \alpha^{-2}(\hbar/m_p c^2)e^{1/\alpha}$) é maggiore dell'età dell'universo ($\alpha < 1/100$)

* sotto la scala di Planck, le teorie fondamentali erano unificate ($\alpha > 1/160$)

$$\frac{1}{100} > \alpha > \frac{1}{160}$$

ma qual'è il numero N di costanti fondamentali adimensionate (tipo α)?

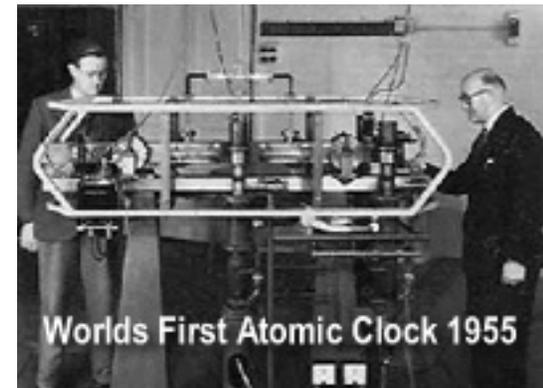
$$26 \geq N \geq 0 !!!$$



E poi, α é veramente costante?

misure della variabilitá di α in laboratorio possono essere fatte:

* confrontando diversi orologi atomici. Misure precisissime, ma poco affidabili le conclusioni a causa delle scale di tempi troppo brevi (max. 24 mesi): $\Delta\alpha/\alpha = (0.8 \pm 1.4)10^{-14}$



misure piú affidabili devono tenere conto di tempi piú lunghi. Nel 1972 un colpo di fortuna...

Questo é il Gabon, repubblica del centro Africa, ex colonia francese



Al suo interno, in una località chiamata Oklo, tanto tempo fa scorreva un fiume, ben piú imponente del piccolo ruscello di oggi.

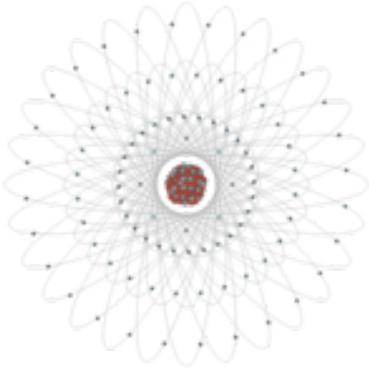


Oggi Oklo é famosa per le miniere di Uranio. Un ente governativo francese ha la concessione per l'estrazione.



Nel 1973 un solerte funzionario francese si accorse di una anomalia nell'uranio proveniente da Oklo...

In tutte le miniere di uranio, la percentuale di U^{235} rispetto a quella di U^{238} é sempre dello 0.72%



Il funzionario si accorse che invece tale percentuale calava allo 0.717% per l'uranio proveniente da Oklo. Dov'era finito lo 0.003% dell'uranio mancante?



Dopo aver escluso ipotesi terroristiche, furti e quant'altro, vennero



mandati dei tecnici a controllare
elementi contenuti nei terreni circostanti.

e ad analizzare gli

Si trovarono i prodotti di reazione di fissione *controllata*, databili 2 miliardi di anni fa. A quell'epoca, la percentuale di U^{235} era nettamente superiore rispetto a quella di oggi, tanto da poter innescare la fissione. Inoltre, l'acqua circostante fungeva da *moderatore*.

2 miliardi di anni fa nasceva il primo reattore nucleare



Ma non é finita...

tra i prodotti di reazione venne trovato il ^{150}Sm proveniente dalla reazione



La presenza di questa risonanza é estremamente significativa: può avvenire solo se c'è una precisa compensazione tra le interazioni in gioco, e...

62	150,35
	2,3
1900	Sm
1072	
7,54	
[Xe]4f ⁶ 5d ⁰ 6s ²	
Samario	

Se 2 miliardi di anni fa α fosse stata significativamente diversa da quella attuale, il Samario non sarebbe presente tra i prodotti di reazione!

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 0 \pm 9 \cdot 10^{-8}$$

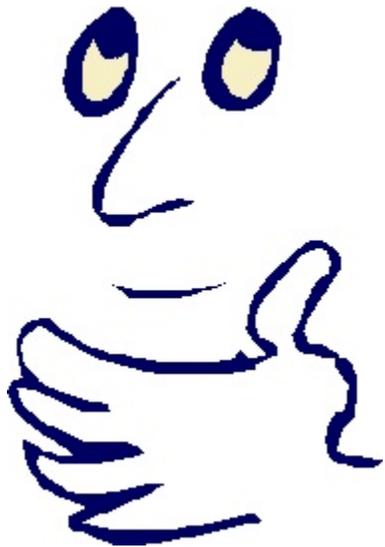
e 2 miliardi di anni fa α non poteva differire da quella odierna per più di una parte su 10 milioni (Shlyakhter).



Fino a questo punto, tutte le misure erano centrate su $\Delta\alpha = 0$.

E' possibile fare misure di α ancora piú indietro nel tempo? E trovare magari delle misure centrate su un valore di α **diverso** da quello attuale?

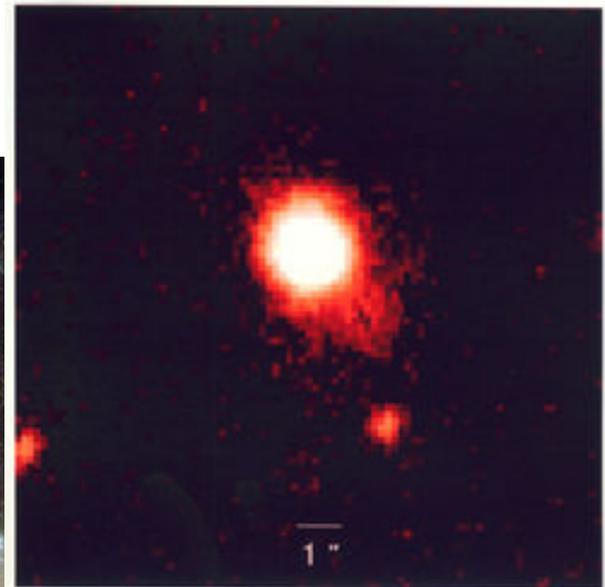
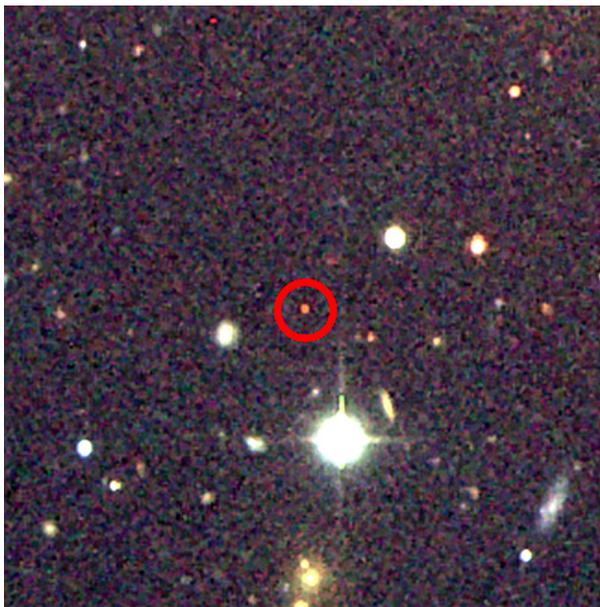
Ci voleva un'idea nuova. Solo i cosmologi potevano avere l'ardire di risalire cosí indietro nel tempo...



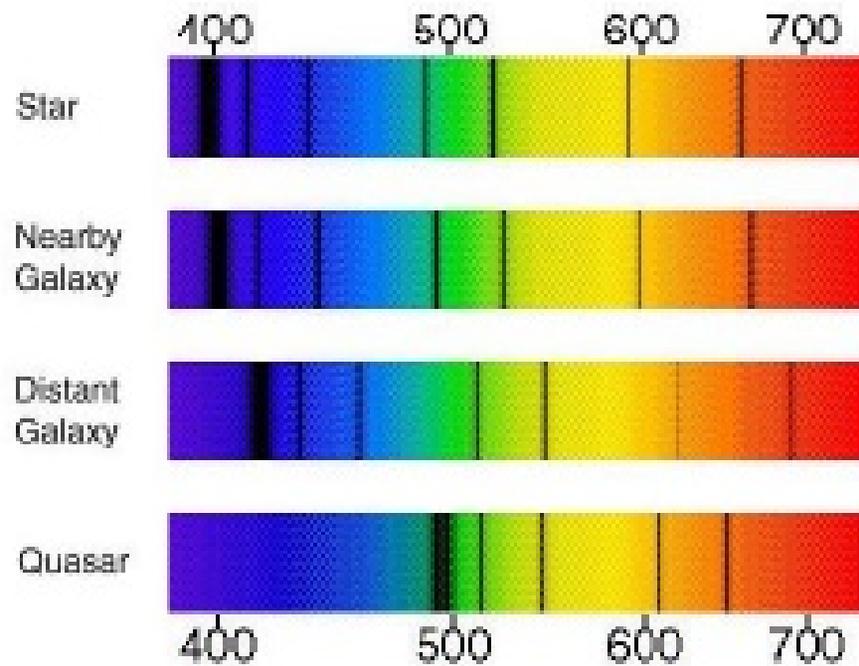
I quasar (quasi-stellar radio source), sono degli "oggetti" astronomici, al telescopio appaiono come una stella o una galassia, ma

- * emettono enormemente di più

- * hanno un fortissimo red-shift (sono lontanissime), tanto che la loro posizione é considerata il confine del nostro universo

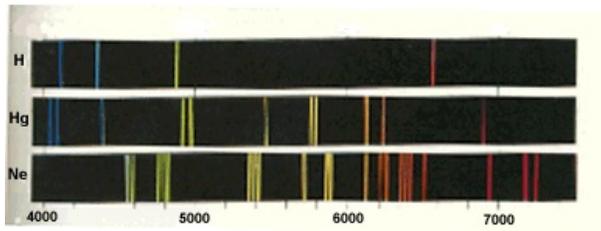


Questo é un esempio di come viene modificato lo spettro di oggetti via via piú lontani. Lo spettro delle sorgenti piú lontane é traslato verso il rosso (red shift)



La luce di un quasar che arriva oggi sulla terra, é stata emessa **tra i 6 e i 12 miliardi di anni fa**.

Ci sono quasar "quasi" monocromatici, e possiamo risalire alla sostanza emettitrice dal suo spettro, che é come un'impronta digitale



Possiamo confrontare lo stesso spettro della medesima sostanza qui (sulla terra) e **ora**, cioé 12 miliardi di anni dopo.

Lievi differenze nelle separazioni tra le righe sono imputabili a variazioni di α , e si trova che **α sta crescendo**

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha_{quasar} - \alpha_{terra}}{\alpha_{terra}} = -1.2 \pm 0.3 \cdot 10^{-5}$$

E per quanto riguarda le costanti dimensionate?

Un pregiudizio comune le relega in secondo piano, in quanto possono essere riassorbite introducendo nuove unità di misura (esattamente come abbiamo utilizzato r_B per misurare le distanze nell'interferenza di Young)

E' proprio vero?

Una qualunque **misura** di una grandezza fisica G consiste in un numero puro, che é il rapporto tra G e un'unità di misura u_i *totalmente arbitraria*

$$G = \left(\frac{G}{u_i} \right) u_i$$

ed il rapporto G/u_i non ha alcun senso fisico se non é accompagnato da u_i . **Esistono unità di misura "privilegiate", tali che G/u_i abbia un significato fisico "intrinseco"?**

In almeno 2 casi, G/u_i ha significato intrinseco:

* Le velocità misurate in unità di c , determinano il numero puro v/c che rientra nelle contrazioni tra due sistemi di riferimento inerziali



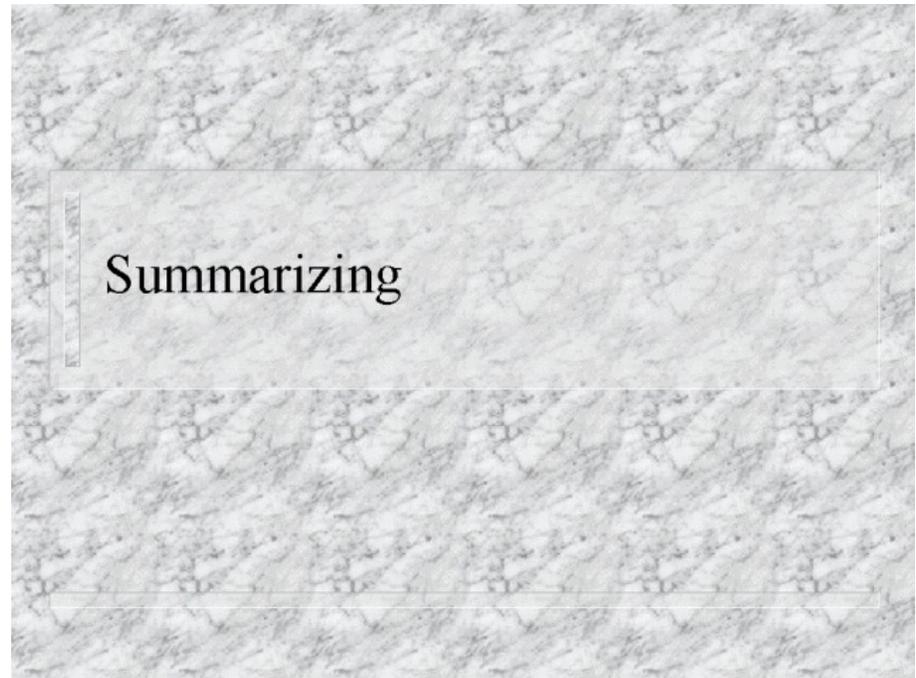
* L'azione S misurata in unità di \hbar : h fornisce l'area della cella elementare nello spazio delle fasi, e S/h fornisce il numero degli stati ammissibili.

Inoltre, nella quantizzazione alla Feynman $\langle q', t' | q, t \rangle \sim \sum_a e^{iS_a/\hbar}$
 $\hbar = c = 1$

Democraticamente uno penserebbe a G ...ma forse G è solo un'ombra di una G_D di chissà quante dimensioni

Un tentativo di sintesi

5+1 punti per concludere



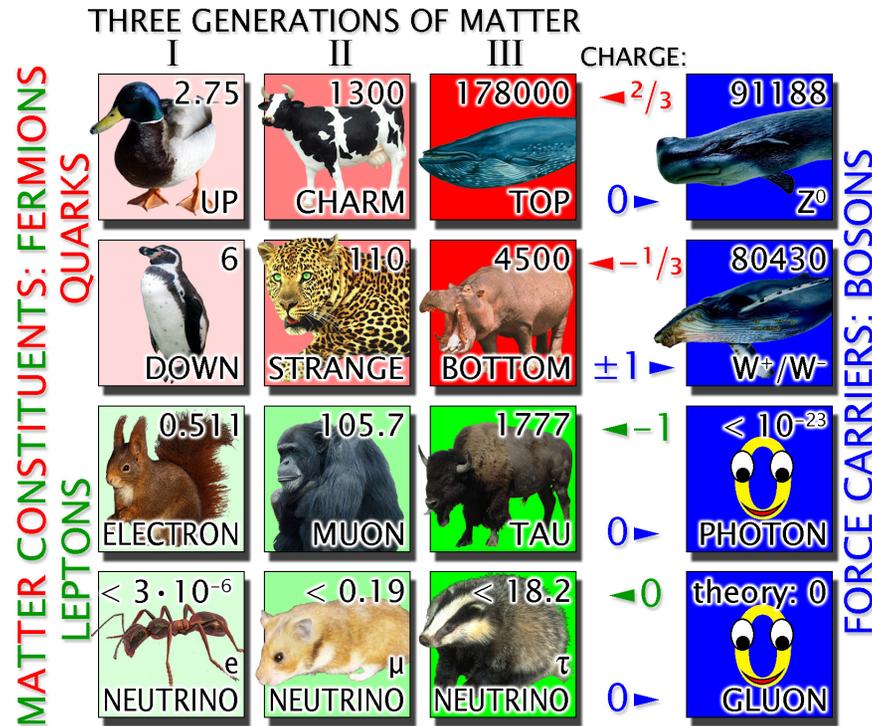
0) Appurato che ci sono, conoscerne il loro valore con precisione ci garantisce una corretta comunicazione scientifica (confronti tra esperimenti, risultati etc.)



1) Non c'è nulla, in linea di principio, che garantisca o richieda l'esistenza di costanti fondamentali. Si **assumono** costanti, e sono fondamentali fintantoché non verrà qualcuno a mostrarci che sono derivate.



2) Allo stato attuale, sono 26. Molto probabilmente, non tutte sono fondamentali ma, anche in linea di principio, almeno una deve esserci.



ALL MASSES IN MEV;
ANIMAL MASSES
SCALE WITH
PARTICLE MASSES

The Standard Model
fundamental particle zoo

3) Le costanti dimensionate (assumono diversi valori in diverse unità di misura) possono essere scelte per fissare unità di misura "naturali", a seconda del problema in esame



4) Le costanti adimensionate hanno da sempre suscitato interessi (e fantasie) di molti. Forse perché non se ne conosce la natura. Nel caso di α , costituisce l'ideale costante di accoppiamento per la teoria perturbativa.



5) Ci sono evidenze concrete che molte non siano affatto costanti.

$\alpha = \frac{1}{137}$: nella nostra *epoca*, della nostra *fase* del nostro *universo*

