

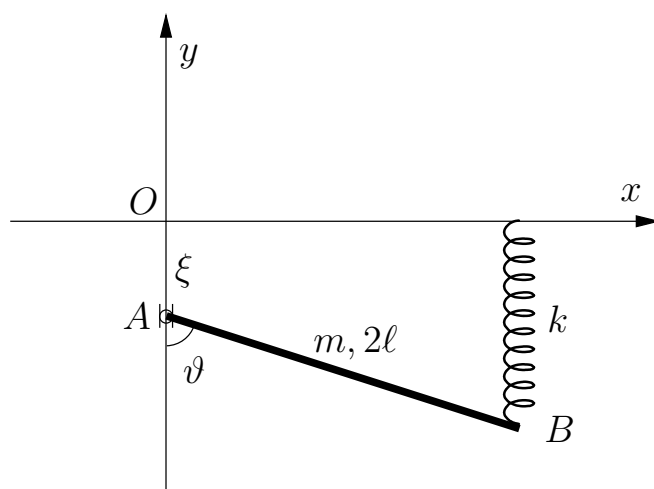
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 26 giugno 2026

I) Un'asta omogenea AB di massa m e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno all'estremo A , che si muove sull'asse verticale di un sistema di riferimento piano Oxy .

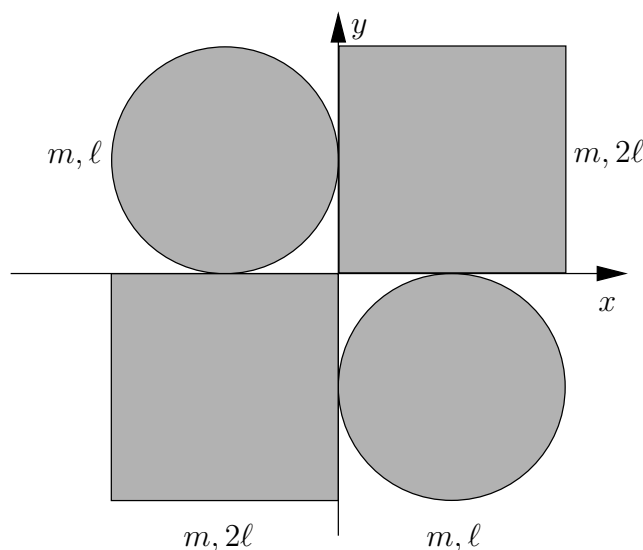
Su tutto il sistema agisce la forza peso e sull'estremo B agisce una forza elastica sempre verticale di coefficiente $k > 0$ e polo sull'asse delle x .

Si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema;
2. discuterne la stabilità al variare di $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$;
3. scrivere l'energia cinetica del sistema;
4. determinare la lagrangiana linearizzata e le equazioni differenziali linearizzate del moto attorno a una posizione di equilibrio stabile.



II) Si calcoli la matrice d'inerzia del corpo rigido formato da due dischi omogenei, ognuno di massa m e raggio ℓ , e due lamine quadrate omogenee, ognuna di massa m e lato 2ℓ , disposti come in figura, rispetto al sistema di riferimento indicato (l'asse z è ortogonale al foglio).



Durata della prova: 90 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.