

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

17 luglio 2026

1. Un sistema lineare di equazioni differenziali è della forma

$$\begin{cases} \dot{x} = kx + ky \\ \dot{y} = kx - y. \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità, anche asintotica, al variare di $k \in \mathbb{R}$, distinguendo tra selle, nodi, fuochi e centri.

2. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \alpha \tan x_h, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

si studi la stabilità della soluzione nulla al variare di α .

3. Si discuta la stabilità della posizione nulla del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^5 - ky \\ \dot{y} = x^3 - y^3 \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, discutendo anche il caso $k = 0$.

4. Si discuta la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema dinamico discreto

$$\begin{cases} x_{h+1} = ay_h \\ y_{h+1} = 1 - x_h \end{cases}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Per $\alpha = -1$ si verifichi se il sistema ammette 2-cicli.