

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

7 febbraio 2025

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu^2 - x^2)(x^2 + \mu^2 - 2\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 2y \\ \dot{y} = \sin(2x) - ky. \end{cases}$$

Si discuta la stabilità, anche asintotica, della posizione nulla al variare di $k \in \mathbb{R}$.

3. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x + y \\ \dot{y} = (1 - \alpha)x + y \end{cases}$$

evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $\alpha = 1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .

4. Si trovino tutte le posizioni di equilibrio del sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{2}x_h + ky_h \\ y_{h+1} = -x_h - \frac{1}{2}y_h. \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$ e si studi la stabilità della posizione $(0, 0)$.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

17 gennaio 2025

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu - 1)(x^2 + \mu - 1)(x - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + ky \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$$

per $k \in \mathbb{R}$, evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $k = 0$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h + \frac{kx_h}{1 + x_h^2}$$

discutendo anche il caso $k = 0$.

Si verifichi che nel caso $k = -4$ esiste il 2-ciclo dato da $\{-1; 1\}$.

4. Discutere la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = ky \\ \dot{y} = -y + y^3 - x^5 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

27 settembre 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu^2)(x^2 + \mu^2 - 2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2x + ky \end{cases}$$

per $k \in \mathbb{R}$, evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $k = -1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \geq 0$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{x_h}{1 + kx_h^2}.$$

4. Discutere la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = -xz + kxy^2 \\ \dot{y} = -yz \\ \dot{z} = kz + x^2 + y^2 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$.

Quante sono le posizioni di equilibrio nel caso $k = 0$? Si può dire qualcosa sulla loro stabilità?

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

6 settembre 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 4)(x^2 - \mu)(x - \mu + 2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{x_h + kx_h - k}{x_h}.$$

Nel caso $k = -1$ si dica se esiste un 2-ciclo.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + xy + ky \\ \dot{y} = x - xy - y \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 1$.

Domanda difficile: che cosa succede nel caso $k = 1$?

4. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = x + ky \\ \dot{y} = 2x + (k - 1)y \end{cases}$$

evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $k = 1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

5 luglio 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu^2 + x^2 - 2x)(\mu^2 + x^2 + 2x)(\mu - x)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{k + x_h^2}{k + x_h}.$$

Nel caso $k = -2$ si dica se esiste un 2-ciclo.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla

$$\begin{cases} \dot{x} = -(k-1)x + y^3 \\ \dot{y} = (k-1)x - ky^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

4. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x + y \\ \dot{y} = (1-\alpha)x + y \end{cases}$$

evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $\alpha = 1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

6 giugno 2024

1. Discutere la stabilità delle soluzioni di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x(1 - k \log y) \\ \dot{y} = y(\log x - 1) \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, per $x, y > 0$.

2. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu + 1)(x - \mu - 1)(1 - \mu^2 - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h(1 + kx_h^2 - kx_h).$$

4. Si studi la stabilità della soluzione nulla del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = -k \sin x - xy^2 \\ \dot{y} = -y^3 + xy \sin x \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

5. Si trovino i 2-cicli del sistema dinamico discreto

$$\begin{cases} x_{h+1} = -x_h - x_h y_h \\ y_{h+1} = -y_h + x_h \end{cases}$$

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

19 gennaio 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu - 2)(x - \mu)(\mu^2 + x^2 - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = kx + kxy \\ \dot{y} = -kx^4 - y^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{1 + kx_h^2}{x_h}.$$

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{2}x_h - y_h \\ y_{h+1} = -kx_h + \frac{1}{2}y_h \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1/4$ si trovino poi tutti i punti di equilibrio del sistema.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici 30 giugno 2023

1. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + x_h^2.$$

Che cosa si può dire del caso $k = 1$?

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = k(e^{-x} - 1) + y^2 \\ \dot{y} = -kxy \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$. Si provi poi a studiare anche il caso $k = 0$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = kx_h(1 - kx_h^2)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Che cosa succede nel caso $k = 0$?

4. Si **dimostri** la regola di Cartesio sul segno della parte reale delle radici per il polinomio

$$\lambda^2 + 2p\lambda + q$$

con $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici 9 giugno 2023

1. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + (k-1)x_h.$$

Che cosa si può dire dei casi $k = 0$ e $k = 1$?

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = kx^3 + k \sin y \\ \dot{y} = x^3 + ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$. Si provi poi a studiare anche il caso $k = 0$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(1 + k \sin x_h)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

4. Dato il polinomio $\lambda^2 + 2p\lambda + q$ con $p, q \in \mathbb{R}$ e

$$|2p| < 1 + q < 2,$$

si mostri che le radici $\lambda_{1,2}$ hanno modulo (complesso) strettamente minore di 1.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 13 gennaio 2023

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu x - 1)(\mu^2 - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -kx - kxy \\ \dot{y} = kx^2 - y^3 \\ \dot{z} = -z^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{k + x_h^2}{1 + x_h}.$$

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{2}x_h + ky_h \\ y_{h+1} = -x_h - \frac{1}{2}y_h. \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1/4$ si trovino tutti i punti di equilibrio del sistema e si dica se la posizione nulla è asintoticamente stabile.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 16 settembre 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - 2)(x^2 + \mu - 1)(x^2 - \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - k \sin y \\ \dot{y} = e^x - 1 - y^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h^2 + x_h - k^2.$$

Nel caso $k = 2$, si trovino i 2-cicli del sistema, se esistono.

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = k(-3x_h - 4y_h) \\ y_{h+1} = k(6x_h + 7y_h). \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1/3$ si trovino tutti i punti di equilibrio del sistema e si dica se la posizione nulla è asintoticamente stabile.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 2 settembre 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 1)(\mu + x^2 - 1)(\mu^2 + x^2 - 2\mu + 2x + 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - \sin^3 y \\ \dot{y} = x - ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h^2 - (1 + k)x_h + 2k.$$

Nel caso $k = 0$, si dica se il sistema ammette un 2-ciclo.

4. Si classifichino le orbite del sistema lineare bidimensionale

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = kx + y \end{cases}$$

distinguendo tra nodi, fuochi, selle e centri.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 1 luglio 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = -x(\mu + x^2 - 1)(\mu - x^2 + 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + 2k^2x_h.$$

Si studi il sistema anche nel caso $k = 0$.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -kx - \sin y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, distinguendo (quando possibile) tra nodi, fuochi, selle.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = kx_h - x_h^2$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si trovino poi i valori di k affinché $\left\{ \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$ sia un 2-ciclo.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 10 giugno 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu^2)(x^2 + \mu^2 - 2\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = x_{h+1} + k(k-1)x_h.$$

Si studi il sistema anche nel caso $k = 0$ e $k = 1$.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla

$$\begin{cases} \dot{x} = -(k+1)x^3 + ky \\ \dot{y} = x^3 - ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(k - x_h^2)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si trovino poi i valori di k affinché $\{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ sia un 2-ciclo.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 4 febbraio 2022

1. Un sistema dinamico discreto è dato da

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h(2 - ky_h) \\ y_{h+1} = y_h(x_h - 1) \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{R}$. Se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro.

2. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = 1 - \frac{k}{x_h} \quad \text{per } x_h \neq 0$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si studi poi il valore dell'espressione

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h$$

nel caso $k = 1$, $x_0 = 1$.

3. Discutere la stabilità della soluzione di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = \mu x \\ \dot{y} = x + \mu y - 2z \\ \dot{z} = -\mu x + y + z \end{cases}$$

al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - \mu - 1)(x^2 + \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 14 gennaio 2022

1. La dinamica delle variazioni $P_1, P_2 \in \mathbb{R}$ di prezzo di due beni è descritta dal sistema

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(1 - P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(P_1 - k). \end{cases}$$

Se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$. Nel caso $k = 0$ si tracci il diagramma delle isocline.

2. Dato il sistema in tre variabili

$$\begin{cases} \dot{x} = -2z - x(x^2 - y^2) \\ \dot{y} = y(x^2 - y^2) \\ \dot{z} = x - 5z \end{cases}$$

si studi la stabilità e l'eventuale stabilità asintotica della posizione nulla.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(x_h - d) + x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Nel caso $d = \frac{5}{2}$ si studi l'esistenza di 2-cicli.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(x^2 - \mu - 1)(x^2 + \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 24 settembre 2021

1. Si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - y \\ \dot{y} = ax + 2ay \end{cases}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, distinguendo tra selle, nodi, fuochi, centri.

2. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 3ky \\ \dot{y} = \sin^3 x - ky. \end{cases}$$

Si discuta la stabilità, anche asintotica, della posizione nulla al variare di $k \in \mathbb{R}$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h + k \sin x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$. Che cosa succede nel caso $k = \pm 2$?

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 1)(x^2 - \mu)(2 - x^2 - \mu^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 10 settembre 2021

1. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 2y \\ \dot{y} = \sin(2x) - ky. \end{cases}$$

Si discuta la stabilità, anche asintotica, della posizione nulla al variare di $k \in \mathbb{R}$.

2. Si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - y \\ \dot{y} = 2\alpha x - \alpha y \end{cases}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, distinguendo tra nodi, fuochi, centri.

3. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h(y_h + \sin x_h) \\ y_{h+1} = y_h^2 \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(|\mu| - e^x)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 14 giugno 2021

1. Si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = kx - y \\ \dot{y} = x - ky \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$, distinguendo tra nodi, fuochi, centri.

2. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = x(2 - y) \\ \dot{y} = y(x - k) \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità al variare di $k \neq 0$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h^3 + dx_h \\ x_0 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $d \in \mathbb{R}$.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(x - \mu)(x - \mu^3 + 3\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Preappello di Sistemi Dinamici - 21 maggio 2021

1. Un modello epidemiologico lineare è del tipo

$$\begin{cases} \dot{S} = 3kS - I \\ \dot{I} = 4S + kI. \end{cases}$$

Si studi la stabilità delle sue soluzioni di equilibrio al variare di $k \in \mathbb{R}$, specificando quando possibile se si tratta di selle, centri, nodi o fuochi.

2. Le variazioni $x, y \in \mathbb{R}$ di due prezzi seguono l'andamento descritto dal sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x(k - y) \\ \dot{y} = y(x - 1). \end{cases}$$

Se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$.

Nel caso $k = 0$ si tracci il diagramma delle isocline.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h + d \sin x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Nel caso $d = 1$ si dica che cosa succede alla successione che parte dalla condizione iniziale $x_0 = 3$.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(x - 1)(x^2 - \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 17 luglio 2020

1. In un processo chimico, le quantità di due reagenti $x, y > 0$ seguono l'andamento descritto da

$$\begin{cases} \dot{x} = a + x^2y - bx - x \\ \dot{y} = bx - x^2y. \end{cases}$$

Se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 1 + a^2$.

2. Un sistema lineare è del tipo

$$\begin{cases} \dot{x} = (k + 5)x + 6y \\ \dot{y} = -3x + (k - 4)y. \end{cases}$$

Si studi la stabilità delle sue soluzioni di equilibrio al variare di $k \in \mathbb{R}$, specificando quando possibile se si tratta di selle, centri, nodi o fuochi.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h + \frac{d}{e^{x_h}} - 2$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Si dica poi se esistono 2-cicli nel caso $d = 0$ e si disegni il diagramma della ragnatela in questo semplice caso.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 26 giugno 2020

1. La dinamica di due popolazioni è descritta dal modello di tipo Gomatam

$$\begin{cases} \dot{x} = x((k-4)\ln x - 2\ln y) \\ \dot{y} = y(5\ln x + (k+2)\ln y). \end{cases}$$

Si studi la stabilità delle sue soluzioni al variare di $k \in \mathbb{R}$, specificando se si tratta di selle, centri, nodi o fuochi, anche nel caso $k = 1$.

Si risolva poi il sistema nel caso $k = 2$ per condizioni iniziali generiche.

2. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \frac{x_h}{x_h^2 + d}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Si dica poi se esistono 2-cicli nel caso $d = -2$.

3. Dato il sistema in tre variabili

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sin x + z^3 - y^2 \\ \dot{y} = xy \\ \dot{z} = -x - z^3 \end{cases}$$

se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità e l'eventuale stabilità asintotica.

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 12 giugno 2020

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(3 + \mu - 2x)(\mu - 4x + x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Dato il sistema in tre variabili

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x - y(y^2 - z^2) \\ \dot{z} = z(y^2 - z^2) \end{cases}$$

se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità e l'eventuale stabilità asintotica.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(x_h - d)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutte le facciate del foglio e la matricola sulla prima facciata. Al termine, scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it.

Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 17 gennaio 2020

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (1 - \mu^2 + x^2)(x - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = x(1-x)(x-2) - y \\ \dot{y} = x - 4y \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità.

Si tracci poi il diagramma delle nullcline.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -(k+1)x + xy \\ \dot{y} = (k+1)y - xy \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = dx^2 + x - 1$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.