

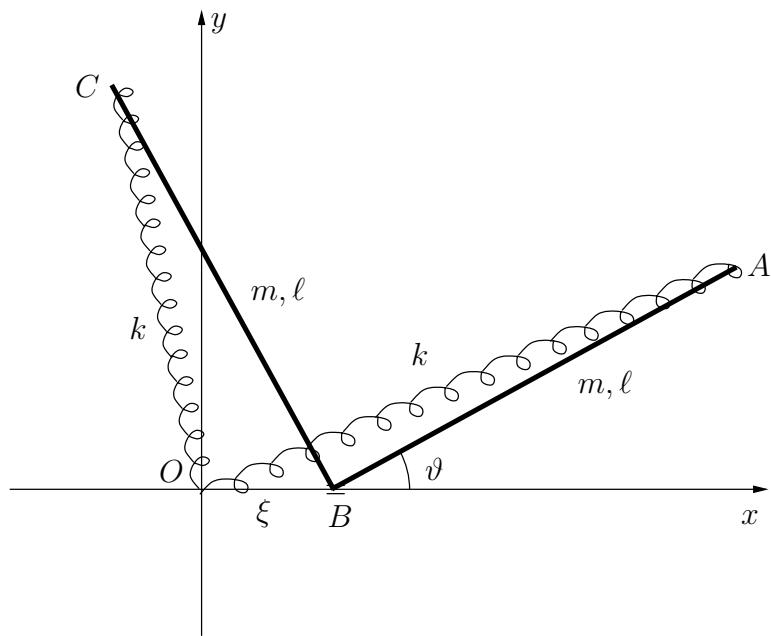
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
Prova scritta di Meccanica Analitica - 16 gennaio 2026

I) In un piano **orizzontale**, un corpo rigido  $ABC$  è formato da due aste omogenee  $AB$ ,  $BC$ , entrambe di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$ , saldate ad angolo retto nell'estremo comune  $B$ . Tale estremo scorre sull'asse delle ascisse di un riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$  e il corpo rigido è libero di ruotare intorno ad esso.

Sugli estremi  $A$  e  $C$  agiscono due forze elastiche di coefficiente  $k > 0$  e polo l'origine.

Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema;
2. discuterne la stabilità;
3. scrivere l'energia cinetica del sistema;
4. scrivere la lagrangiana linearizzata attorno ad una posizione di equilibrio stabile.



II) Si trovi per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = \alpha p^2 e^q \\ P(q, p) = \frac{1}{p} e^{-q} \end{cases}$$

è canonica e se ne trovi una funzione generatrice del tipo  $F_2(q, P)$ .